

学历案优化小学数学概念学习的策略分析

刘娟娟

(南京晓庄学院 教师教育学院, 江苏 南京 211171)

摘要: 数学概念是数学知识的重要基础,概念学习遍布在整个小学数学学习中,数学概念的正确理解和应用是形成数学能力和素养的必要条件。目前小学数学概念学习中还存在很多问题,如学习动机缺乏,学习目标不明确,教师立场的教学行为比较多,学生自主、自发建构和表达概念的机会比较少,教学评的一致性不够等,使得学生概念学习不能深入和有效。学历案为优化小学数学概念学习提供了策略保障:学历案使学生真正成为概念学习的主体,有利于学生经历完整的概念学习过程,并促进了概念的深度学习。

关键词: 学历案; 数学概念; 概念学习; 数学素养

中图分类号: G623.5 **文献标识码:** A **文章编号:** 1009-7902(2020)03-0012-05

一、研究背景

数学概念是数学知识的重要基础,是人们对客观事物在数量关系和空间形式等方面本质属性的抽象与概括,一般用数学名词或符号来表达。数学概念之间的关系进一步构成了数学命题,进而发展出数学理论。可见,理解和掌握数学概念是建构数学大厦的重要基石。学习数学概念是学习者通过辨别、比较、抽象、推理、概括等活动不断完善概念表征,最终建立概念图式的过程。小学数学概念学习的主体是小学生,他们缺乏独立完成对概念建构的能力,需要教师创建既有挑战性又有支持力的课堂环境,提供给他们合适的数学任务,搭建合理的“脚手架”,以促进学生对数学概念的个体建构和社会建构,并发展学生的数学思考、数学交流、数学应用等数学素养。

由于数学概念是“过程”和“结果”的统一体^①,具有抽象性、逻辑性、系统性等特点,而小学生的思维特点大多以具体形象思维为主,这使得学生学习数学概念的过程往往伴随着各种困难。尽管对数学概念学习的研究已经比较丰富,但是实践中出现的问题依然很多,比如有的教师对小学生数学概念学习的过程认识不够,常常“好心办坏事”,将数学概念学习简单化,以“教”代“学”,忽视数学概念的意义,省略概念学习过程,轻视概念的表达,导致学生缺少表达和反思,错失了提升思维水平、发展数学能力的好机会。下面以笔者近期观摩的一节四年级《认识垂线》研究课的教学片段为例。

师:同学们,在大家课间玩的花棒游戏中,还蕴含着数学知识呢!看老师撒花棒,观察其中两根花棒的位置。(教师把花棒撒在讲台上)

师:老师把撒下的花棒拍成照片了,请看大屏幕。如果把两根花棒看成两条直线,这两条直线怎么样了?

生1:重叠了。

师:数学上,我们称作相交了。齐读2遍:相交、相交。

收稿日期:2020-01-27

基金项目:江苏省教育科学“十三五”规划重点资助课题“学历案优化小学数学教学的实践研究”(B-a/2018/01/26)。

作者简介:刘娟娟,南京晓庄学院教师教育学院副教授,硕士,主要研究方向:小学教师教育和小学数学课程与教学论。

① 曹才翰,章建跃《数学教育心理学》,北京师范大学出版社2007年版,第104页。

师:再看另外两根花棒,它们怎么了?

生2:没有相交。

师:如果把花棒看成直线,这两条直线是可以延长的,那么这两条直线就怎么样了?

生3(犹豫地):相交了。

师:是的,那还有两根花棒也怎么样?(相交了)老师把这三组花棒看成直线画下来,请看PPT。

教师出示三张图片,抽象出直线相交的情形。请学生观察一下有什么发现?



生4:我发现每组的两条直线都相交,相交成4个角。

生5:我发现四个角不一样。

师:哦,那老师带领大家一起来看图,(边指边问)这是什么角?

学生依次回答:锐角、钝角、直角。

师:怎么就知道这是直角呢?

生6:需要验证,是不是 90° 。

师:那需要怎样的工具呢?

生(齐声):量角器、三角板。

教师示范验证的方法,然后请一名学生上讲台来验证。

师(指着中间的图):如果只量一个角,能判断其他角也是直角吗?

生:可以。用 $180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$,可以知道量的这个直角旁边的角也是直角。

师:两条直线相交成直角时,这两条直线互相垂直。(教师板书)请同学们用自己的话说一说,什么是垂直?

生1:两条横线相交成直角,叫做垂直。

生2:两条直线有四个直角,叫做垂直。

在该教学片段中,教师设计了撒花棒游戏,意在唤醒学生的生活经验,让学生感受到数学来源于生活;观察花棒的关系,目的在于抽象出三组直线相交的情形;再通过比较其相同和不同点,突出互相垂直的本质,以便概括出互相垂直这一概念的内涵。然而一路下来,从学生的反馈来说,效果并不理想。其原因主要在于三个方面,一是学生对为什么要把花棒看成直线,对研究两条直线之间的关系缺乏明显的学习动机;二是学生的学习都是在教师的牵引下展开的,其主体性难以体现,学生自主、自发的提问和思考很少,很难有时间充分感知概念,以致难以对概念的本质进行抽象和概括;三是课堂中基本上是师生一对一的线性交流,大多数学生缺少表达和交流的机会,导致学生不能从多个角度或多个层次来深入理解或应用概念,以致于这个环节结束时,大多数学生还停留在概念的浅层学习上,不能准确地表达互相垂直的内涵。

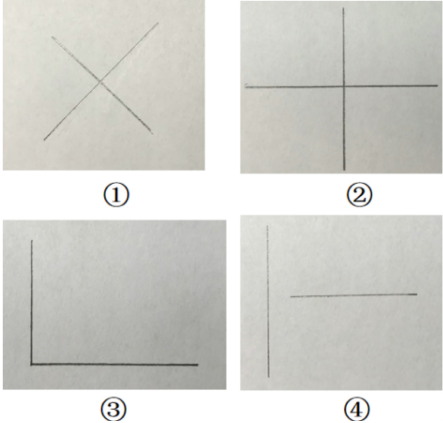
其实这个片段暴露的是数学概念教学中常常出现的基本问题,即:教师应该如何站在学生的立场去思考为什么要学习数学概念?教师该如何设计丰富的数学表征,进而帮助学生充分感知和理解所对应的数学概念,实现深度学习?学生怎样学会抽象和概括出数学概念的本质属性,进而能够合理准确地表达和应用概念,形成高阶认知能力?……解决上述问题的方法也许很多,但是在实践中我们发现学历案为解决上述问题提供了具体而有效的载体,不仅有利于课堂教学从教师立场向学生立场转变,更重要的是丰盈了概念学习的过程,促进了学生对概念的深度理解,提高了数学概念的学习效果,提升了学生的数学素养。

二、学历案的内涵和形式

学历案是学习历程案的简称,最初由华东师范大学崔允漷教授提出,是为了促进课堂教学从“教师立场”转向“学生立场”而设计的、用来取代教案的一种课程方案,内容主要包括主题与课时、学习目标、评价任务、学习过程、检测与作业、学后反思等。学历案在浙江和南京一些高中进行了推广和实验,并取得了一定的教学成果。但是,当把学历案引入到小学教学中的时候,由于学生的年龄小,阅读能力、自学能力水平不高,对学历案的形式和内容的要求也发生了一些变化。根据我们的几轮实践尝试和改进,认为小学数学历案

是由教师根据学生的学习目标,依据其认知特点和规律,编写和设计的供学生在课堂上学习使用的认知材料,其内容包括:学习主题、驱动问题、学习任务和评价任务等板块。以《认识垂线》为例,学历案设计见表 1:

表 1 《认识垂线》学历案

学习主题: 认识垂线		姓名
班级		
驱动问题	学习任务	评价任务
1. 两条直线的位置关系有哪些?	1. 画一画: 任意画两条直线。 2. 分一分: 任意两条直线的位置关系,可以怎样分类?	1. 下面哪几组的两条直线互相垂直。  ① ② ③ ④ 2. 在生活中,你能找到一些互相垂直的例子吗?
2. 什么是垂线?	3. 自学课本,和同伴说一说你学到了什么?	3. 一只小蚂蚁,在一条直线的上方 3 厘米处,你能找到这只小蚂蚁所在的位置吗?
	4. 过直线 a 外一点 P,画一条 a 的垂线。	

学历案依据课程与教学理论,从“学什么”到“如何学”再到“学得如何”,给学生提供了一个脉络清晰的认知地图,引导着学生的自主学习,它可以作为学习档案加以保存,方便学生复习和反思。其中驱动问题是驱动学生思考“学什么”的问题,是教师根据学习目标设计的、方便学生阅读和理解的问题,它是学习目标的具体化。《认识垂线》这节课是学生第一次接触两条直线位置关系的相关概念,因此明确“两条直线的位置关系有哪些?”既是学习的出发点,也是落脚点,驱动问题有利于激发学生学习的动机。

学习任务是根据驱动问题而设计的,体现“如何学”的具体任务,将学习的过程和方法设计为一连串需要完成的任务,体现着学习的方法,推动着学习的进程。以上学历案中“画一画”“分一分”这两个学习任务,是面向全体学生的,“画一画”唤醒他们个体的知识和经验“分一分”基于全体学生所画的不同结果展开,关注同伴间不同的经验,促进学生对概念的个体建构和社会建构。

评价任务是根据学的内容,围绕“学得如何”设计的,用来诊断学生是否学会了具体任务。案例中是通过判断辨析、回归生活来对学生的“垂直”概念学习进行有效反馈的。

对学历案进行横向观察:驱动问题、学习任务、评价任务三者都是对应同一学习目标而设计的,存在内在一致性,能够促进学习目标的达成;而纵向观察:驱动问题 1、2 与学习任务 1、2 都存在递进关系,体现着学习的进阶,促进认知水平的发展。可见,学历案将“学什么”“如何学”“学得如何”都具体化了,方便学生反思和回顾学习过程,并且有利于学生掌握数学学习的方法。以上这些特点,都为学历案优化数学概念学习提供了有利的条件。

三、学历案优化数学概念学习的策略分析

学历案优化数学概念的学习,一方面是因为学历案是教师对数学概念学习过程进行专业化设计的方案,从设计到使用,都是站在学生的立场展开的,呈现的是教师为学生概念学习设计的各种学习支持、为学生主

动建构概念提供的条件。另一方面,因为“形成一个概念,往往要经历由过程开始,然后转变为对象的认知过程”^①,数学概念的习得需要学生经历复杂的信息加工过程才能完成,而学历案正好通过驱动问题、学习任务、评价任务一致性的设计,给学生搭建了有指导、有挑战、高投入、高认知的学习平台,有助于概念的深度学习,进而达到优化数学概念学习的目的。下面从三个方面具体分析学历案优化数学概念学习的策略。

(一) 使学生真正成为数学概念学习的主体

数学概念的抽象性、“过程”和“对象”的二重性、系统性往往使得教师过多地将精力放在概念的讲解上,而不是鼓励学生自己去思考、去抽象、去概括。正如本文开始的案例,将花棒看作直线是教师的要求,将两根花棒之间的关系抽象成两条直线间的关系,是教师用课件动画代替了抽象的过程,互相垂直的概念也是教师直接给出的……这些“替学”的行为,忽视了学生作为概念学习主体的责任,省略了学生数学思考的过程,学习效果不佳。而学历案是围绕学生如何学习概念展开设计的,从开始就将学生置于概念学习的主体,给学生提供了经历数学概念学习的机会。以《认识垂线》的学历案为例,学习任务保证了课堂中每位学生都能够参与到对两条直线之间位置关系的思考中,并展现自己思考的结果,在此基础上,经教师的点拨、指导,将两条直线的位置关系分类,再聚焦到相互垂直的关系中。评价任务让每位学生都能够应用垂线的概念去解决问题,特别是评价任务3,不同的学生在解决该问题时会给不同的方案,此时让学生通过交流,发现小蚂蚁可能在的位置是距离已知直线3厘米处的一条直线。整个概念学习的过程都是基于学生对数学任务的思考和操作展开的,而学历案就是这些任务的载体,它让概念学习能够看得见,让概念学习真发生。

(二) 有利于学生经历完整的数学概念学习过程

前文已经介绍了小学数学学历案的内容和形式,学历案中的驱动问题,让学生能明确概念学习的目标,激发学习动机;学习任务中蕴含着概念学习的路径和方法;评价任务则检测和保证了概念学习的成效,这三个板块本身就体现了学习的过程。此外,学历案的设计一般要遵循整体性、匹配性、进阶性和可操作性原则,^②这些原则可以促进概念学习设计的优化。学历案设计要考虑整体性原则,数学概念的系统性决定了数学概念之间有着密切的关联,因此进行概念学习时必然要整体考虑所学新概念与旧概念之间的关系。学历案设计中强调学习目标和过程、过程和结果之间要匹配,而数学概念的“过程”和“结果”的二重性决定了概念学习既要注重动态的概念建立的过程,也要注重静态的概念表达的结果。学历案设计要遵循进阶性原则,数学概念的抽象性决定了其认识需要经历“识别—发展—建构”的不断递进过程。学历案的可操作性让全体学生通过画一画、说一说、写一写等数学活动,呈现对概念的认识和理解,让学习过程看得见,有助于数学概念表征的建立。

例如,根据以上原则设计《认识负数》一课的学历案时,首先考虑本节课的学习目标是什么,如何转化为学生可以理解的问题。根据《义务教育数学课程标准(2011年版)》中对负数概念学习的要求“在熟悉的生活情境中,了解负数的意义,会用负数表示日常生活中的一些量”^③,可以分析出,学生在生活中有接触负数的经验,因此让他们说说“什么是负数”“你在哪里见过负数?”来激活学生相关经验。其次根据这些问题的回答,教师思考提供怎样的具有挑战性的学习任务才能便于学生主动的思考和操作。根据课标要求,提供带有单位名称的数量“-3℃或-3m”让学生自己选择后写一写、画一画自己的理解,可以发现学生认知中的相同和不同之处,自然引出学生对地平线、零摄氏度的认识,这些都是为0点的出现埋下了伏笔,促进学生理解负数和正数是表示意义相反的量,便于抽象出负数的概念。在评价任务设计中,要考虑如何扩大学生对负数概念外延的认识,因此让学生自己再写一些负数,适时地把负小数、负分数等也纳入其认知结构中,不断完善对负数概念的表征。接下来教师再结合学生的思考,逐步推进和完善对正数、负数和零之间关系的把握。具体学历案如表2所示。

① 曹才翰,章建跃《数学教育心理学》,北京师范大学出版社2007年版,第112页。

② 刘娟娟《小学数学学历案:内涵、要素和设计原则》,《南京晓庄学院学报》2018年第4期。

③ 中华人民共和国教育部《义务教育数学课程标准(2011年版)》,北京师范大学出版社2012年版,第21页。

表2 《认识负数》学历案

学习主题: 认识负数

姓名 _____

班级 _____

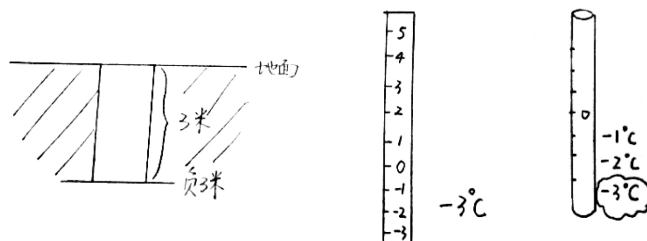
驱动问题	学习任务	评价任务
1. 什么是负数? 你在哪里见过负数?	1. 用自己方式表示 -3°C 或 -3m 。 (1) 写一写: 这个负数表示的含义。	1. 请你写出 3~4 个不同的负数, 并和同伴交流它们的含义。
2. 0 是负数吗?	(2) 画一画: 对这个负数的理解。 2. 在数轴上标出下面的数。 $6, -1, 10, -6, 2.5$	2. 出示存折明细(略), 说说其中各数的含义。 3. 你会用算式表示正数、负数和 0 的关系吗?
		4. 体育课上, 小明看见老师记录他的跳远成绩是 -5 厘米, 这有可能吗?

上述学历案呈现了负数概念学习的过程, 驱动问题唤醒已有负数的经验→借助生活情境理解负数的意义→抽象出负数(不带单位的)一般意义→扩大对负数外延的认识→对正数、负数和零的关系的把握, 认识零的重要性。整个过程紧紧围绕学习目标有序展开, 当学生将自己对负数的理解具体形象化以后, 学生的想法也成为了学习的重要资源, 教师对负数概念学习的重难点比较容易把握, 学生不同的想法也为同伴之间展开交流提供素材, 从而在讨论交流中逐步明晰负数概念的本质, 并在解决实际问题中不断加深对负数的认识。

(三) 促进了数学概念的深度学习

深度学习是目前广受关注的概念, 如在概念学习中, 深度学习可以加强对概念的理解, 促进对概念的反思, 提高应用概念解决问题的能力。然而对于小学生而言, 深度学习并不能自然发生, 它需要教师激发学习动机, 精心设计具有情景化、结构化的学习素材, 有计划地安排学习过程, 才能在有限的课堂学习中实现。而学历案正是教师精心设计的体现, 精准的驱动问题, 让学生能明确概念学习的目标, 激发学习动机; 具有挑战性的学习任务是概念学习的支架, 蕴含着概念学习的路径和方法, 让学生有机会对概念进行感知、观察、操作、交流、反思和修正, 丰富概念意向的形式, 促进概念表征的建构, 也便于完善概念图式, 提升数学理解和认知水平。

以《认识负数》学历案为例, 学习任务 1 要求学生用自己的方式表示 -3°C 或 -3m , 我们发现学生至少有以下几种典型情况: 文字表达如“ -3m 是地面以下 3 米的地方”“ -3°C 是零度以下的 3 度”; 画图表达如下:



教师应以这三个作品为基础, 引导学生比较其中的异同, 思考“为什么要标出 0? 如果不标出 0 可以吗?”在这里初步体会 0 作为分界点的作用, 再通过追问“你是怎么确定 -3m 或 -3°C 的位置的?”“那么 3m 和 3°C 又在哪里呢?”在比较中让学生逐步体会负数和正数的相反关系, 形成负数的概念意象。评价任务 1 是让学生根据前面的理解, 进行学习迁移, 通过举例, 既抽象出负数, 又丰富概念意象, 让学习任务保持在高认知水平。学习任务 2, 用数轴作为学习的支持, 让学生在标数的过程中, 体会并发现 0 与正数、负数之间的关系, 加深对正负数概念的理解, 有助于负数概念表征的建立。评价任务 4 是具有挑战性的任务, “体育课上, 小明看见老师记录他的跳远成绩是 -5 厘米, 这有可能吗?”当学生意识到“体育老师把 160 厘米作为跳远的达标成绩, 而小明成绩是 -5 厘米, 也就说明他跳了 155 厘米”的时候, 0 的概念被拓宽了, 数的相对性的意义也体现出来了, 此时学生对正、负数概念的认识也加深了。

当然学历案为教师指导学生数学概念学习提供了可参考的框架, 其中具体的问题和任务的分析, 需要教师认真思考、反复揣摩、合理表达, 这对教师也提出了较高的要求。

(责任编辑: 魏 静)