

第三章

复杂直流电路

第三章 复杂直流电路

教学重点：

1. 掌握基尔霍夫定律及其应用，学会运用支路电流法分析计算复杂直流电路。
2. 掌握叠加定理及其应用。
3. 掌握戴维宁定理及其应用。
4. 掌握两种实际电源模型之间的等效变换方法并应用于解决复杂电路问题。

教学难点：

1. 应用支路电流法分析计算复杂直流电路。
2. 运用戴维宁定理解决复杂直流电路问题。

学时分配:

序 号	内 容	学 时
1	第一节 基尔霍夫定律	3
2	第二节 支路电流法	1
3	实验 3.1 基尔霍夫定律的验证	2
4	第三节 叠加定理	2
5	实验 3.2 叠加定理的验证	2
6	第四节 戴维宁定理	2
7	实验 3.3 戴维宁定理的验证	2
8	第五节 实际电源模型之间的等效变换	2
9	本章小结	2
10	本章总学时	18

第三章 复杂直流电路

第一节 基尔霍夫定律

第二节 支路电流法

第三节 叠加定理

第四节 戴维宁定理

第五节 实际电源模型之间的等效变换

本章小结

第一节 基尔霍夫定律

一、常用电路名词

二、基尔霍夫电流定律(节点电流定律)

三、基尔霍夫电压定律(回路电压定律)

一、常用电路名词

以图 3-1 所示电路为例说明常用电路名词。

1. **支路**：电路中具有两个端钮且通过同一电流的无分支电路。如图 3-1 电路中的 ED、AB、FC 均为支路，该电路的支路数目为 $b = 3$ 。

2. **节点**：电路中三条或三条以上支路的连接点。如图 3-1 电路的节点为 A、B 两点，该电路的节点数目为 $n = 2$ 。

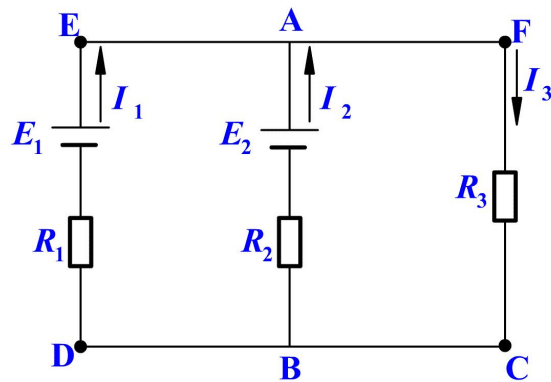


图 3-1 常用电路名词的说明

3. **回路**：电路中任一闭合的路径。如图 3-1 电路中的 CDEFC、AFCBA、EABDE 路径均为回路，该电路的回路数目为 $l = 3$ 。

4. **网孔**：不含有分支的闭合回路。如图 3-1 电路中的 AFCBA、EABDE 回路均为网孔，该电路的网孔数目为 $m = 2$ 。

5. **网络**：在电路分析范围内网络是指包含较多元件的电路。

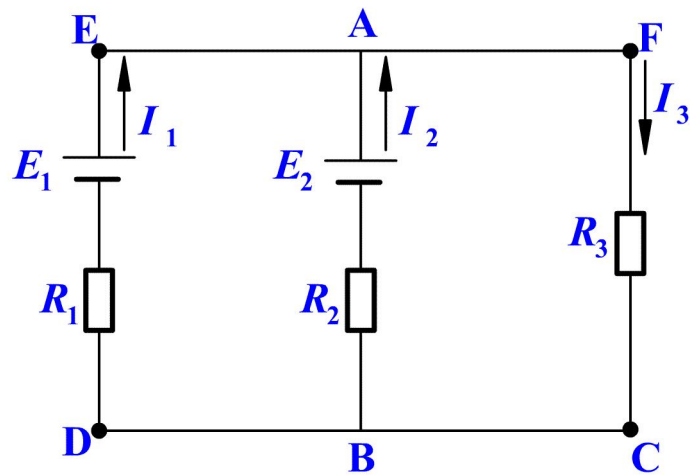


图 3-1 常用电路名词的说明

二、基尔霍夫电流定律(节点电流定律)

1. 电流定律(KCL)内容

电流定律的第一种表述：在任何时刻，电路中流入任一节点中的电流之和，恒等于从该节点流出的电流之和，即

$$\sum I_{\text{流入}} = \sum I_{\text{流出}}$$

例如图 3-2 中，在节点 A 上：

$$I_1 + I_3 = I_2 + I_4 + I_5$$

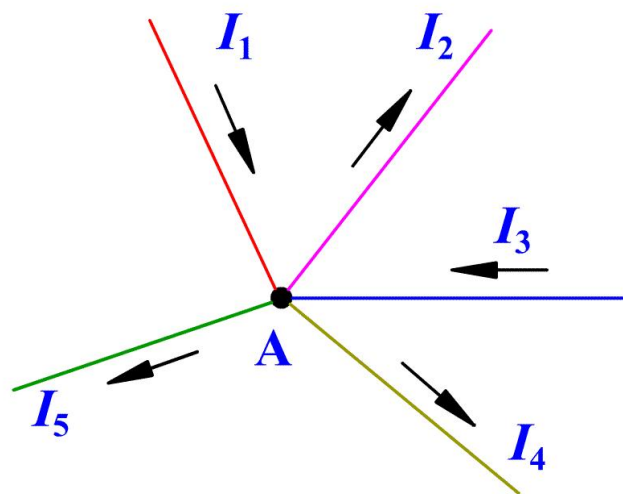


图 3-2 电流定律的举例说明

电流定律的第二种表述：在任何时刻，电路中任一节点上的各支路电流代数和恒等于零，即 $\sum I = 0$ 。

一般可在流入节点的电流前面取“+”号，在流出节点的电流前面取“-”号，反之亦可。例如图 3-2 中，在节点 A 上：

$$I_1 - I_2 + I_3 - I_4 - I_5 = 0$$

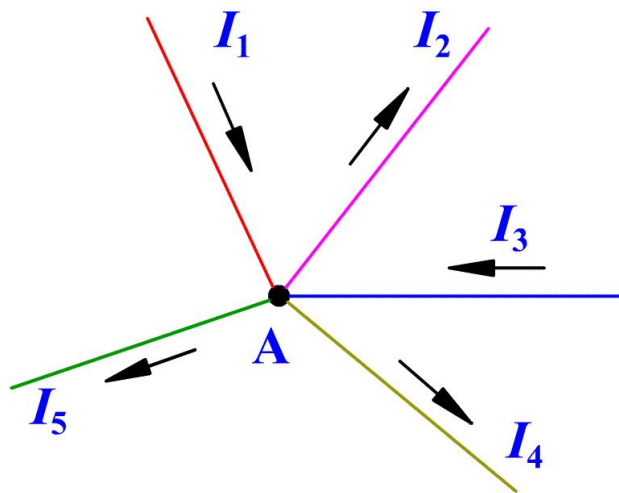


图 3-2 电流定律的举例说明

在使用电流定律时，必须注意：

(1) 对于含有 n 个节点的电路，只能列出 $(n - 1)$ 个独立的电流方程。

(2) 列节点电流方程时，只需考虑电流的参考方向，然后再带入电流的数值。

为分析电路的方便，通常需要在所研究的一段电路中事先选定(即假定)电流流动的方向，叫做电流的参考方向，通常用“→”号表示。

电流的实际方向可根据数值的正、负来判断，当 $I > 0$ 时，表明电流的实际方向与所标定的参考方向一致；当 $I < 0$ 时，则表明电流的实际方向与所标定的参考方向相反。

2. KCL的应用举例

(1) 对于电路中任意假设的封闭面来说,电流定律仍然成立。如图 3-3 中, 对于封闭面 S 来说, 有 $I_1 + I_2 = I_3$ 。

(2) 对于网络 (电路) 之间的电流关系, 仍然可由电流定律判定。如图 3-4 中, 流入电路 B 中的电流必等于从该电路中流出的电流。

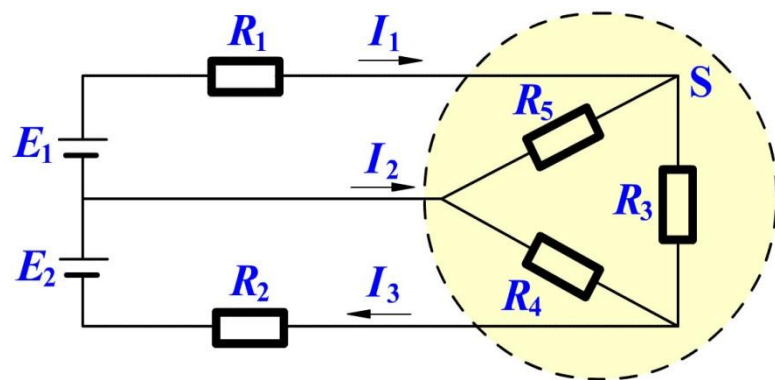


图 3-3 电流定律的应用举例(1)

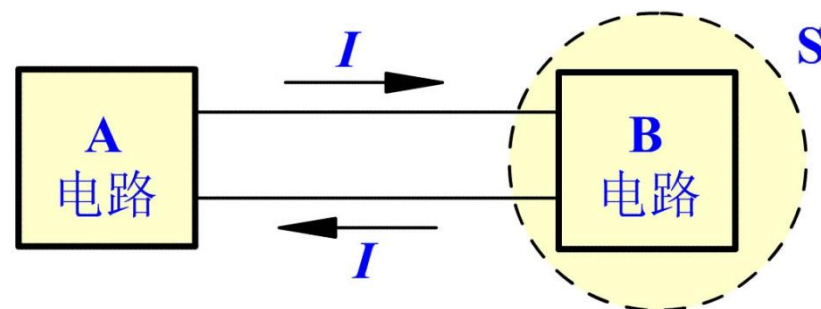


图 3-4 电流定律的应用举例(2)

(3) 若两个网络之间只有一根导线相连，那么这根导线中一定没有电流通过。

(4) 若一个网络只有一根导线与地相连，那么这根导线中一定没有电流通过。

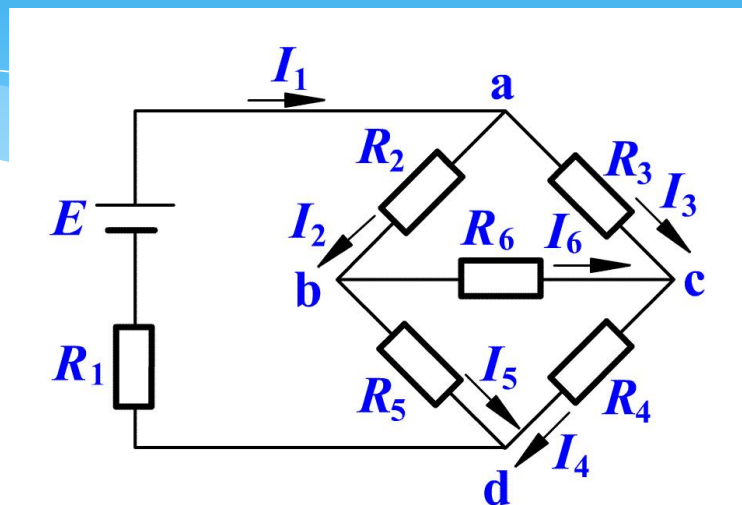


图 3-5 例题 3-1

【例3-1】如图 3-5 所示电桥电路，已知 $I_1 = 25 \text{ mA}$ ， $I_3 = 16 \text{ mA}$ ， $I_4 = 12 \text{ mA}$ ，试求其余电阻中的电流 I_2 、 I_5 、 I_6 。

解：

在节点 a 上： $I_1 = I_2 + I_3$ ， 则 $I_2 = I_1 - I_3 = (25 - 16) \text{ mA} = 9 \text{ mA}$

在节点 d 上： $I_1 = I_4 + I_5$ ， 则 $I_5 = I_1 - I_4 = (25 - 12) \text{ mA} = 13 \text{ mA}$

在节点 b 上： $I_2 = I_6 + I_5$ ， 则 $I_6 = I_2 - I_5 = (9 - 13) \text{ mA} = -4 \text{ mA}$

说明： 电流 I_2 与 I_5 均为正数，表明它们的实际方向与图中所标定的参考方向相同， I_6 为负数，表明它的实际方向与图中所标定的参考方向相反。

三、基尔霍夫电压定律(回路电压定律)

1. 电压定律(KVL) 内容

在任何时刻，沿着电路中的任一回路绕行方向，回路中各段电压的代数和恒等于零，即

$$\sum U = 0$$

如图 3-6 电路说明基夫尔霍电压定律。

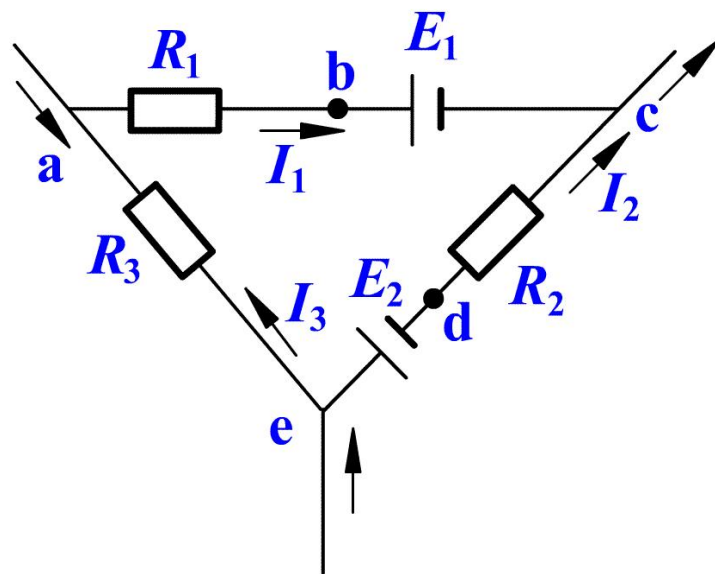


图 3-6 电压定律的举例说明

沿着回路 abcdea 绕行方向, 有 $U_{ac} = U_{ab} + U_{bc} = R_1 I_1 + E_1$,

$$U_{ce} = U_{cd} + U_{de} = -R_2 I_2 - E_2, \quad U_{ea} = R_3 I_3, \quad \text{则}$$

$$U_{ac} + U_{ce} + U_{ea} = 0$$

即

$$R_1 I_1 + E_1 - R_2 I_2 - E_2 + R_3 I_3 = 0$$

上式也可写成

$$R_1 I_1 - R_2 I_2 + R_3 I_3 = -E_1 + E_2$$

对于电阻电路来说, 任何时刻, 在任一闭合回路中, 各段电阻上的电压降代数和等于各电源电动势的代数和, 即

$$\sum RI = \sum E$$

2. 利用 $\sum RI = \sum E$ 列回路电压方程的原则

(1) 标出各支路电流的参考方向并选择回路绕行方向(既可沿着顺时针方向绕行, 也可沿着逆时针方向绕行);

(2) 电阻元件的端电压为 $\pm RI$, 当电流 I 的参考方向与回路绕行方向一致时, 选取 “+”号; 反之, 选取 “-” 号;

(3) 电源电动势为 $\pm E$, 当电源电动势的标定方向与回路绕行方向一致时, 选取 “+”号, 反之应选取 “-” 号。

第二节 支路电流法

以各支路电流为未知量，应用基尔霍夫定律列出节点电流方程和回路电压方程，解出各支路电流，从而可确定各支路(或各元件)的电压及功率，这种解决电路问题的方法叫做支路电流法。

对于具有 b 条支路、 n 个节点的电路，可列出 $(n - 1)$ 个独立的电流方程和 $b - (n - 1)$ 个独立的电压方程。

【例3-2】如图 3-7 所示电路，已知： $E_1 = 42\text{ V}$ ， $E_2 = 21\text{ V}$ ， $R_1 = 12\ \Omega$ ， $R_2 = 3\ \Omega$ ， $R_3 = 6\ \Omega$ ， 试求： 各支路电流 I_1 、 I_2 、 I_3 。

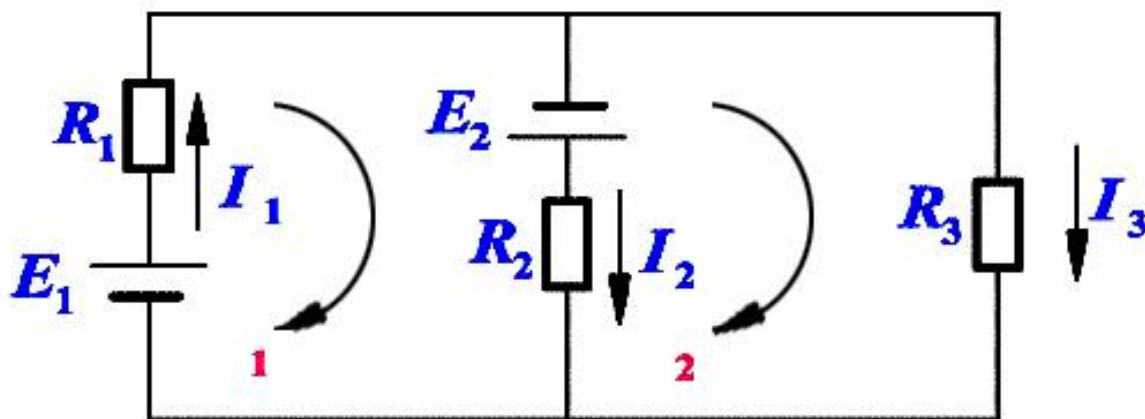


图 3-7 例题 3-2

解：该电路支路数 $b = 3$ 、节点数 $n = 2$ ，所以应列出 1 个节点电流方程和 2 个回路电压方程，并按照 $\Sigma RI = \Sigma E$ 列回路电压方程的方法：

$$(1) \quad I_1 = I_2 + I_3 \quad (\text{任一节点})$$

$$(2) \quad R_1 I_1 + R_2 I_2 = E_1 + E_2 \quad (\text{网孔 1})$$

$$(3) \quad R_3 I_3 - R_2 I_2 = -E_2 \quad (\text{网孔 2})$$

代入已知数据，解得： $I_1 = 4 \text{ A}$ ， $I_2 = 5 \text{ A}$ ， $I_3 = -1 \text{ A}$ 。

电流 I_1 与 I_2 均为正数，表明它们的实际方向与图中标定的参考方向相同， I_3 为负数，表明它们的实际方向与图中标定的参考方向相反。

第三节 叠加定理

一、叠加定理的内容

二、应用举例

一、叠加定理的内容



动 画

动画 [M3-1 叠加定理](#)

当线性电路中有几个电源共同作用时，各支路的电流(或电压)等于各个电源分别单独作用时在该支路产生的电流(或电压)的代数和(叠加)。

在使用叠加定理分析计算电路时应注意以下几点：

(1) 叠加定理只能用于计算线性电路(即电路中的元件均为线性元件)的支路电流或电压(不能直接进行功率的叠加计算)；

(2) 电压源不作用时应视为短路,电流源不作用时应视为开路(保留其内阻)；

(3) 叠加时要注意电流或电压的参考方向,正确选取各分量的正、负号。

二、应用举例

【例 3-3】如图 3-8(a) 所示电路，已知 $E_1 = 17\text{ V}$ ， $E_2 = 17\text{ V}$ ， $R_1 = 2\ \Omega$ ， $R_2 = 1\ \Omega$ ， $R_3 = 5\ \Omega$ ，试应用叠加定理求各支路电流 I_1 、 I_2 、 I_3 。

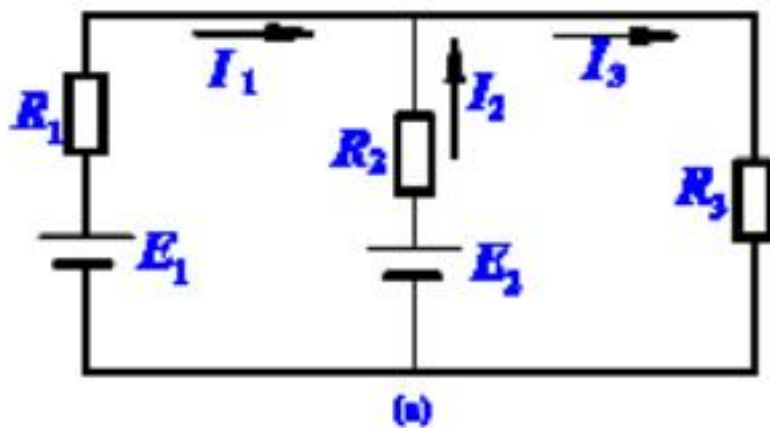


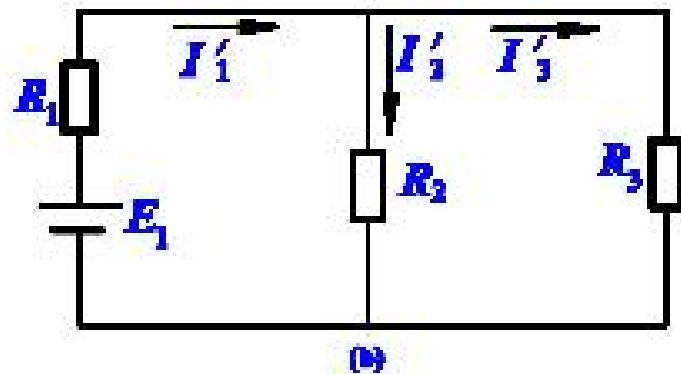
图 3-8 例题3 -3

解：(1) 当电源 E_1 单独作用时，将 E_2 视为短路，设 $R_{23} = R_2 // R_3 = 0.83 \Omega$ 。

$$\text{则 } I_1' = \frac{E_1}{R_1 + R_{23}} = \frac{17}{2.83} \text{ A} = 6 \text{ A}$$

$$I_2' = \frac{R_3}{R_2 + R_3} I_1' = 5 \text{ A}$$

$$I_3' = \frac{R_2}{R_2 + R_3} I_1' = 1 \text{ A}$$

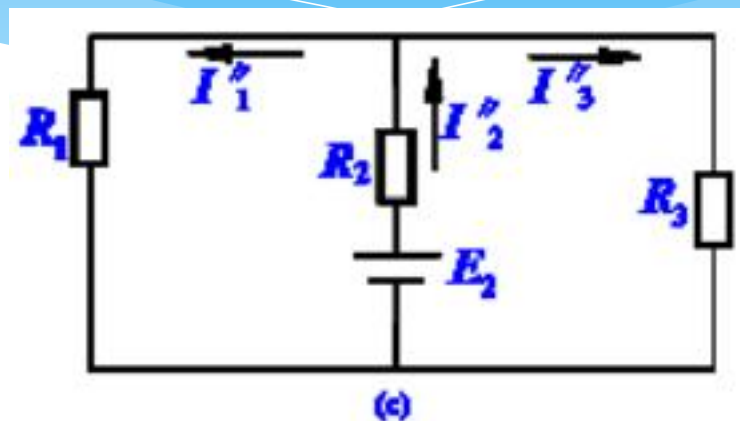


(2) 当电源 E_2 单独作用时, 将 E_1 视为短路, 设 $R_{13} = R_1 // R_3 = 1.43 \Omega$, 则

$$I_2'' = \frac{E_2}{R_2 + R_{13}} = \frac{17}{2.43} \text{ A} = 7 \text{ A}$$

$$I_1'' = \frac{R_3}{R_1 + R_3} I_2'' = 5 \text{ A}$$

$$I_3'' = \frac{R_1}{R_1 + R_3} I_2'' = 2 \text{ A}$$



(3) 当电源 E_1 、 E_2 共同作用时(叠加), 若各电流分量与原电路电流参考方向相同时, 在电流分量前面选取 “+”号, 反之, 则选取 “-”号:

$$I_1 = I_1' - I_1'' = 1 \text{ A}; I_2 = -I_2' + I_2'' = 2 \text{ A}; I_3 = I_3' + I_3'' = 3 \text{ A}$$

第四节 戴维宁定理

一、二端网络的有关概念

二、戴维宁定理

一、二端网络的有关概念

1. 二端网络：具有两个引出端与外电路相连的网络。又叫做一端口网络。

2. 无源二端网络：内部不含有电源的二端网络。

3. 有源二端网络：内部含有电源的二端网络。

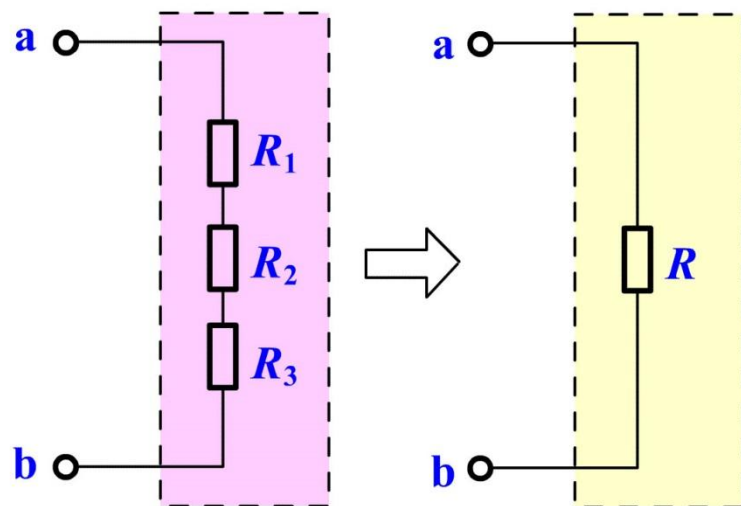


图 3-9 二端网络

二、戴维宁定理

任何一个线性有源二端电阻网络，对外电路来说，总可以用一个电压源 E_0 与一个电阻 R_0 相串联的模型来替代。电压源的电动势 E_0 等于该二端网络的开路电压，电阻 R_0 等于该二端网络中所有电源不作用时（即令电压源短路、电流源开路）的等效电阻（叫做该二端网络的等效内阻）。该定理又叫做等效电压源定理。

【例 3-4】 如图 3-10 所示电路，已知 $E_1 = 7\text{ V}$ ， $E_2 = 6.2\text{ V}$ ， $R_1 = R_2 = 0.2\text{ }\Omega$ ， $R = 3.2\text{ }\Omega$ ，试应用戴维宁定理求电阻 R 中的电流 I 。

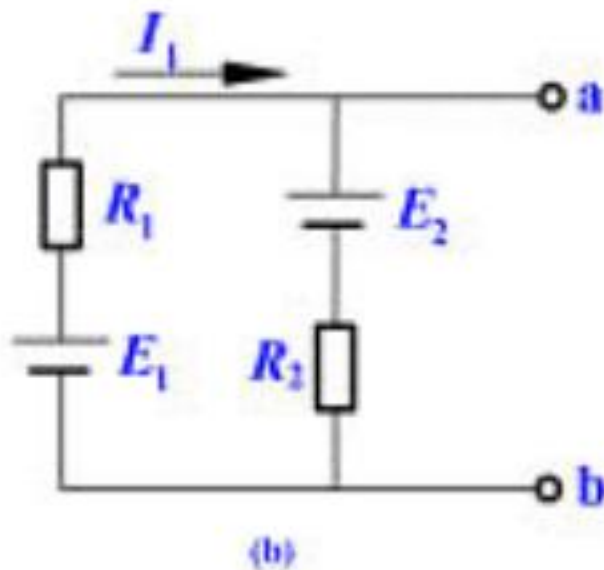


图 3-10 例题 3-4

解:(1) 将 R 所在支路开路去掉, 如图 3-11 所示, 求开路电压 U_{ab} :

$$I_1 = \frac{E_1 - E_2}{R_1 + R_2} = \frac{0.8}{0.4} \text{ A} = 2 \text{ A}$$

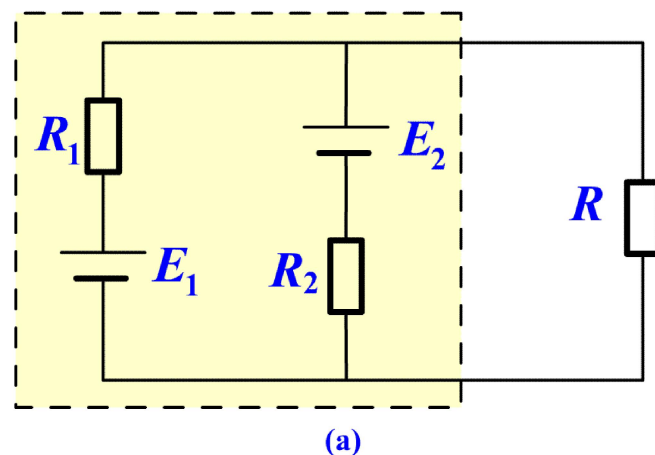


图 3-11 求开路电压 U_{ab}

$$U_{ab} = E_2 + R_2 I_1 = (6.2 + 0.4) \text{ V} = 6.6 \text{ V} = E_0$$

(2) 将电压源短路去掉，如图 3-12 所示，求等效电阻 R_{ab} ：

$$R_{ab} = R_1 // R_2 = 0.1 \, \Omega = R_0$$

(3) 画出戴维宁等效电路，如图 3-13 所示，求电阻 R 中的电流 I ：

$$I = \frac{E_0}{R_0 + R} = \frac{6.6}{3.3} \, \text{A} = 2 \, \text{A}$$

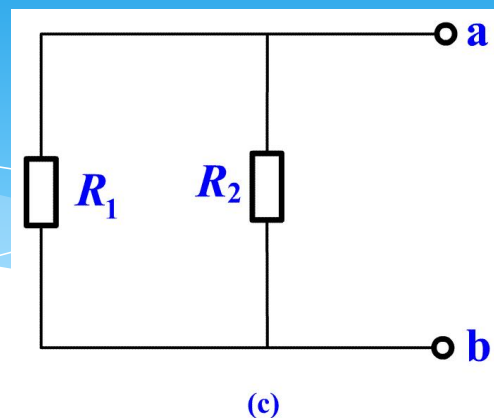


图 3-12 求等效电阻 R_{ab}

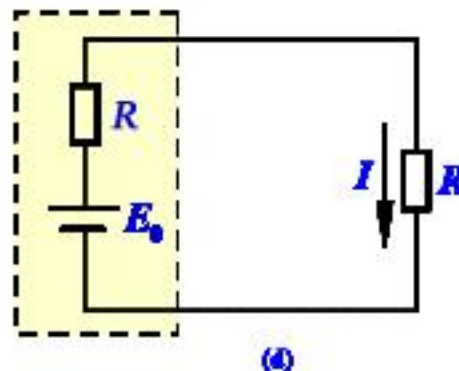


图 3-13 求电阻 R 中的电流 I

【例3-5】如图 3-14 所示的电路，

已知 $E = 8 \text{ V}$ ， $R_1 = 3 \Omega$ ， $R_2 = 5 \Omega$ ，
 $R_3 = R_4 = 4 \Omega$ ， $R_5 = 0.125 \Omega$ ，试应用
戴维宁定理求电阻 R_5 中的电流 I 。

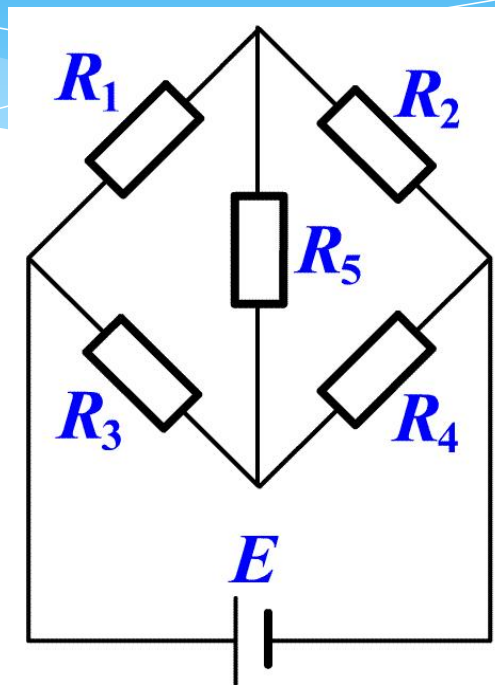


图 3-14 例题 3-5

解：(1) 将 R_5 所在支路开路去掉，如图 3-15 所示，求开路电压 U_{ab} ：

$$I_1 = I_2 = \frac{E}{R_1 + R_2} = 1 \text{ A}$$

$$I_3 = I_4 = \frac{E}{R_3 + R_4} = 1 \text{ A}$$

$$U_{ab} = R_2 I_2 - R_4 I_4 = (5 - 4) \text{ V} = 1 \text{ V} = E_0$$

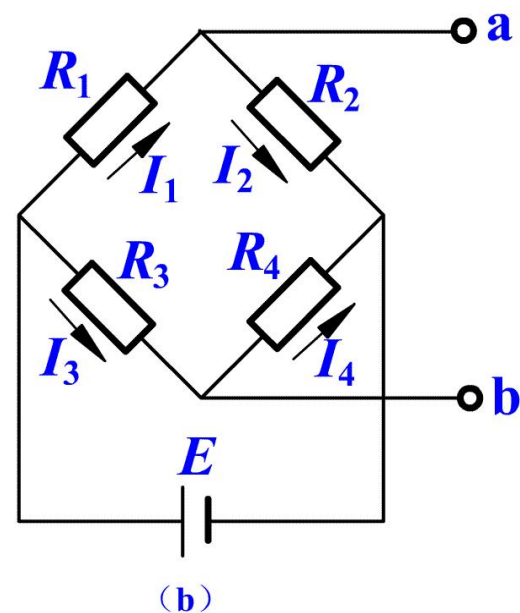


图 3-15 求开路电压 U_{ab}

(2) 将电压源短路去掉, 如图 3-16 所示, 求等效电阻 R_{ab} :

$$R_{ab} = (R_1 // R_2) + (R_3 // R_4) = (1.875 + 2) \Omega = 3.875 \Omega = R_0$$

(3) 根据戴维宁定理画出等效电路, 如图 3-17 所示, 求电阻 R_5 中的电流

$$I_5 = \frac{E_0}{R_0 + R_5} = \left(\frac{1}{4}\right) \text{ A} = 0.25 \text{ A}$$

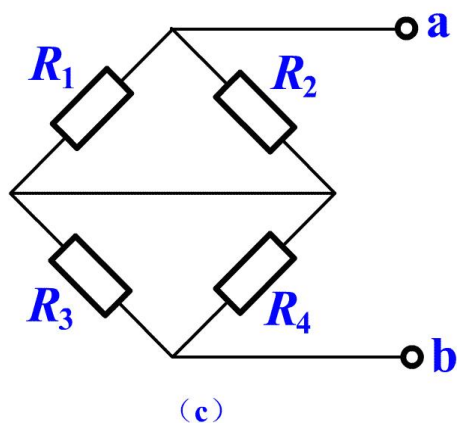


图 3-16 求等效电阻 R_{ab}

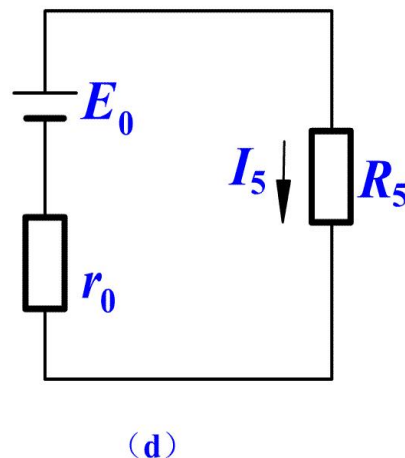


图 3-17 求电阻 R 中的电流 I

第五节 两种电源模型的等效变换

一、电压源

二、电流源

三、两种实际电源模型之间的等效变换

一、电压源

通常所说的电压源一般是指理想电压源，其基本特性是其电动势（或两端电压） U_S 保持固定不变 或是一定的时间函数 $e(t)$ ，但电压源输出的电流却与外电路有关。

实际电压源是含有一定内阻 R_0 的电压源。

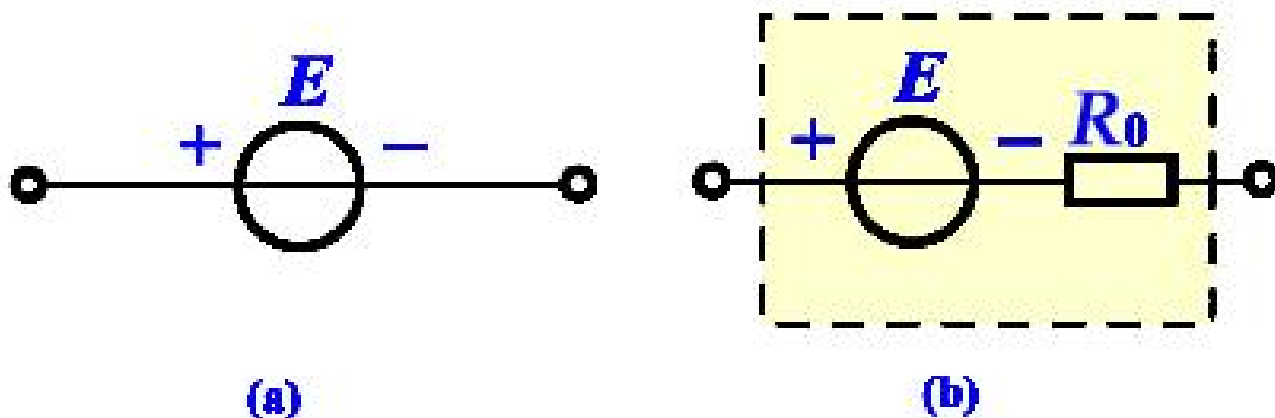


图 3-18 电压源模型

二、电流源

通常所说的电流源一般是指**理想电流源**，其基本特性是所发出的电流固定不变(I_s)或是一定的时间函数 $i_s(t)$ ，但电流源的两端电压却与外电路有关。

实际电流源是含有一定内阻 R_s 的电流源。

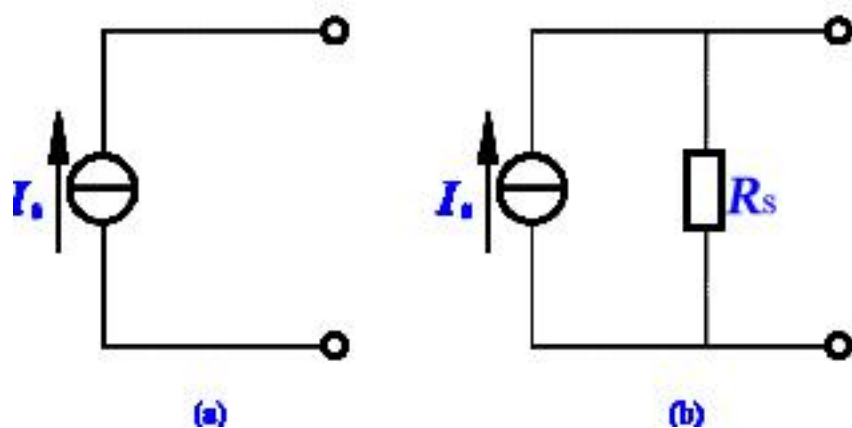


图 3-19 电流源模型

三、两种实际电源模型之间的等效变换

实际电源可用一个理想电压源 U_S 和一个电阻 R_0 串联的电路模型表示，其输出电压 U 与输出电流 I 之间关系为

$$U = U_S - R_0 I$$

实际电源也可用一个理想电流源 I_S 和一个电阻 R_S 并联的电路模型表示，其输出电压 U 与输出电流 I 之间关系为

$$U = R_S I_S - R_S I$$

对外电路来说，实际电压源和实际电流源是相互等效的，等效变换条件是

$$R_0 = R_S \quad , \quad U_S = R_S I_S \quad \text{或} \quad I_S = U_S / R_0$$

【例 3-6】如图 3-18 所示的电路，已知电源电动势 $U_S = 6\text{ V}$ ，内阻 $R_0 = 0.2\ \Omega$ ，当接上 $R = 5.8\ \Omega$ 负载时，分别用电压源模型和电流源模型计算负载消耗的功率和内阻消耗的功率。

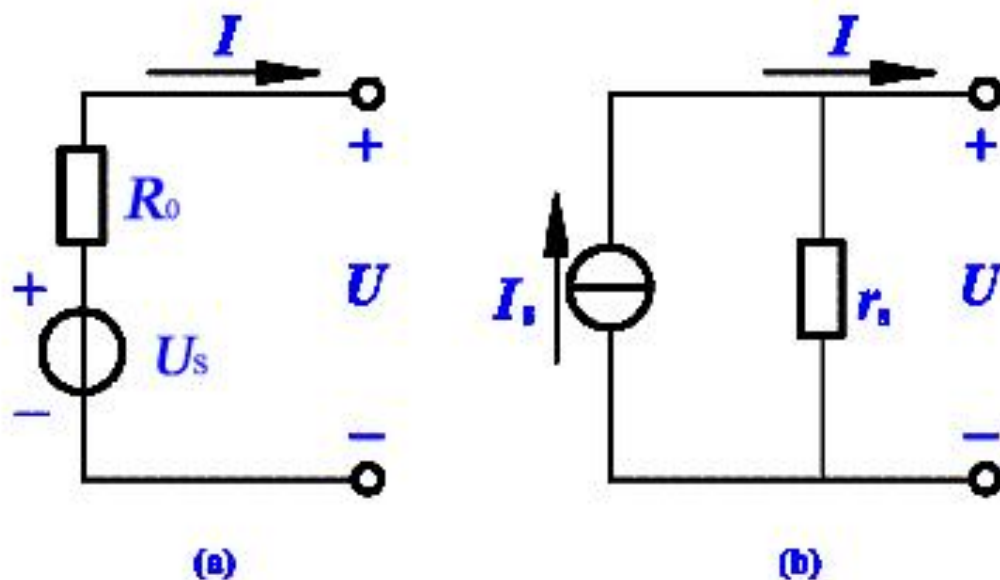


图 3-18 例题 3-6

解：(1) 用电压源模型计算：

$$I = \frac{U_s}{R_0 + R} = 1 \text{ A}$$

负载消耗的功率 $P_L = I^2 R = 5.8 \text{ W}$ ，内阻的功率 $P_{R_0} = I^2 R_0 = 0.2 \text{ W}$

(2) 用电流源模型计算：

电流源的电流 $I_S = U_S / R_0 = 30 \text{ A}$ ，内阻 $R_S = R_0 = 0.2 \Omega$ ，负载中的电流

$$I = \frac{R_S}{R_S + R} I_S = 1 \text{ A}$$

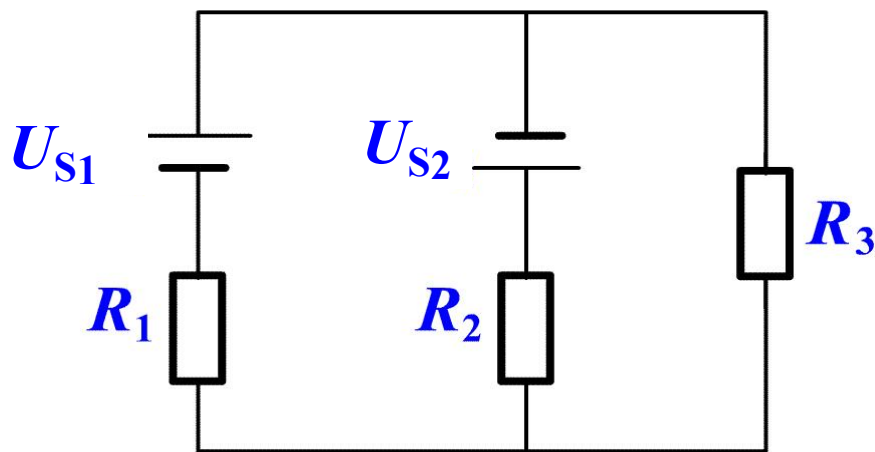
负载消耗的功率 $P_L = I^2 R = 5.8 \text{ W}$ ，内阻中的电流

$$I_{R_0} = \frac{R}{R_S + R} I_S = 29 \text{ A}$$

内阻的功率 $P_{R_0} = I_{R_0}^2 R_0 = 168.2 \text{ W}$

两种计算方法对负载是等效的，对电源内部是不等效的。

【例3-7】 如图 3-19 所示的电路，已知： $U_{S1} = 12\text{ V}$ ， $U_{S2} = 6\text{ V}$ ， $R_1 = 3\ \Omega$ ， $R_2 = 6\ \Omega$ ， $R_3 = 10\ \Omega$ ， 试应用电源等效变换法求电阻 R_3 中的电流。

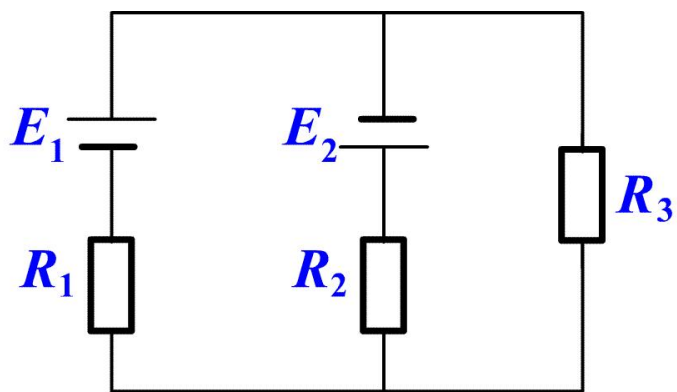


(a)

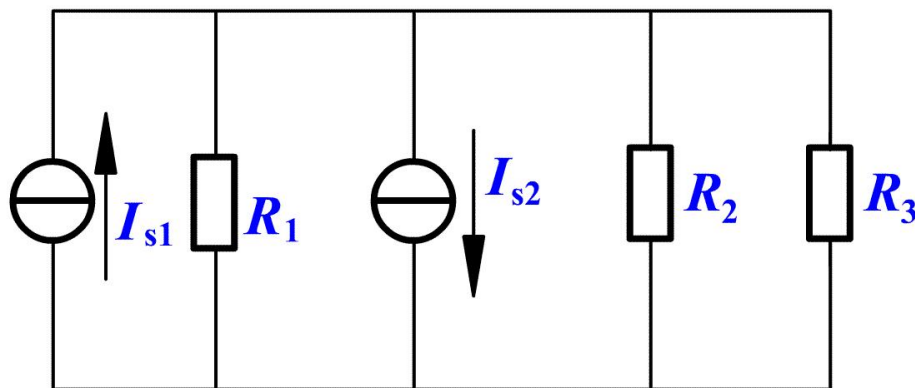
图 3-19 例题 3-7

所示

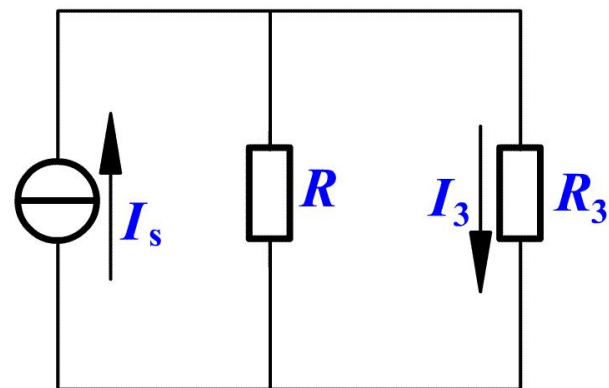
$$I_{S2} =$$



(a)



(b)



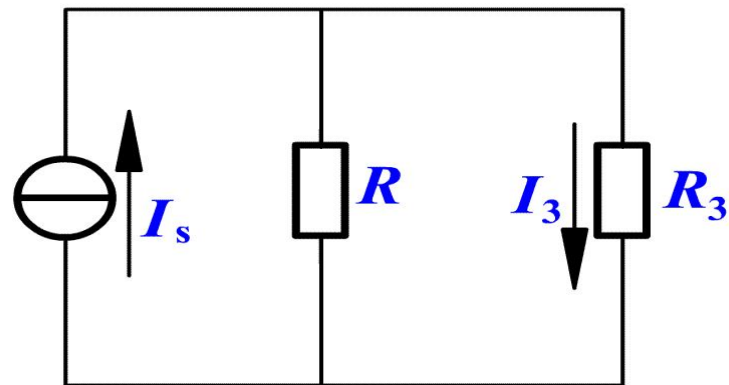
(c)

图 3-20 例题 3 - 7 的两个电压源等效成两个电流源

(2) 将两个电流源合并为一个电流源，得到最简等效电路，如图 3-21 所示：等效电流源的电流 $I_S = I_{S1} - I_{S2} = 3 \text{ A}$ ，其等效内阻为 $R = R_1 // R_2 = 2 \Omega$

(3) 求出 R_3 中的电流

$$I_3 = \frac{R}{R_3 + R} I_S = 0.5 \text{ A}$$



(c)

图 3-21 例题 3 -7 的最简等效电路

本章小结

- 一、基夫尔霍定律
- 二、支路电流法
- 三、叠加定理
- 四、戴维宁定理
- 五、两种实际电源模型的等效变换

一、基夫尔霍定律

1. 电流定律

电流定律的第一种表述：在任何时刻，电路中流入任一节点中的电流之和，恒等于从该节点流出的电流之和，即

$$\sum I_{\text{流入}} = \sum I_{\text{流出}} \quad \circ$$

电流定律的第二种表述：在任何时刻，电路中任一节点上的各支路电流代数和恒等于零，即

$$\sum I = 0。$$

在使用电流定律时，必须注意：

(1) 对于含有 n 个节点的电路，只能列出 $(n - 1)$ 个独立的电流方程。

(2) 列节点电流方程时，只需考虑电流的参考方向，然后再带入电流的数值。

2. 电压定律

在任何时刻，沿着电路中的任一回路绕行方向，回路中各段电压的代数和恒等于零，即 $\Sigma U = 0$ 。

对于电阻电路来说，任何时刻，在任一闭合回路中，各段电阻上的电压降代数和等于各电源电动势的代数和，即 $\Sigma RI = \Sigma E$ 。

二、支路电流法

以各支路电流为未知量，应用基尔霍夫定律列出节点电流方程和回路电压方程，解出各支路电流，从而可确定各支路(或各元件)的电压及功率，这种解决电路问题的方法叫做支路电流法。

对于具有 b 条支路、 n 个节点的电路，可列出 $(n - 1)$ 个独立的电流方程和 $b - (n - 1)$ 个独立的电压方程。

三、叠加定理

当线性电路中有几个电源共同作用时，各支路的电流(或电压)等于各个电源分别单独作用时在该支路产生的电流(或电压)的代数和(叠加)。

四、戴维宁定理

任何一个线性有源二端电阻网络，对外电路来说，总可以用一个电压源 U_S 与一个电阻 R_0 相串联的模型来替代。

电压源的电动势 U_S 等于该二端网络的开路电压，电阻 R_0 等于该二端网络中所有电源不作用时(即令电压源短路、电流源开路)的等效电阻。

五、两种实际电源模型的等效变换

实际电源可用一个理想电压源 E 和一个电阻 R_0 串联的电路模型表示，也可用一个理想电流源 I_S 和一个电阻 R_S 并联的电路模型表示，对外电路来说，二者是相互等效的，等效变换条件是

$$R_0 = R_S, \quad U_S = R_S I_S \quad \text{或} \quad I_S = U_S / R_0$$