

教学设计

课程基本信息					
学科	数学	年级	九年级	学期	秋季
课题	圆周角（1）				
教学内容及内容解析					
1. 内容 圆周角的定义、圆周角定理及其证明. 2. 内容解析 本节课是在学生学习了圆的相关概念和圆心角的概念及性质基础上又一个重要的性质，这节课是对前面所学知识的巩固和延续，又对下一节课学习圆周角定理的推论、圆内接四边形铺设了桥梁作用. 此外本节课储备的知识，在以后的推理、论证和计算中有着广泛的应用，是本单元重点内容之一. 圆周角定理的证明过程是一个朴素自然的思路，从数学思想方法来看，定理的证明突出了分类讨论的数学方法，体现“特殊到一般”、“一般到特殊”以及“化未知为已知”的化归策略. 从学习策略来看，圆周角定理证明的多样化转化策略有助于学生提升数学思辨能力，形成数学素养. 对于每一个学生，在定理证明中应当获得的不仅是对定理正确性的认证，更重要的是培养好的思维习惯，学会解决问题. 如果只会模仿，也就只会解决见过的同类型问题，还是不具备解决问题的能力. 在圆周角定理的证明过程中就是采用了“特殊化”的方法，这种方法是克服困难的最重要的杠杆之一. 基于以上分析，确定本节课的教学重点：圆周角定理的证明.					
教学目标及目标解析					
1. 目标 （1）了解圆周角的概念，理解圆周角定理； （2）经历探索圆周角定理的过程，体会圆周角定理证明方法的独特性，感受转化的思想. 2. 目标解析 达成目标（1）的标志是：学生能理解概括圆周角的定义，通过动手画同弧所对的圆周角和圆心角，发现圆周角与圆心角及其所对弧的关系，猜想出圆周角定理. 圆周角定理蕴含着“变中不变”的思想，其本质就是在变化的过程中把握不变的规律. 在研究一条固定的弧所对的圆周角中，一方面，尽管圆周角的位置在变化，但这个圆周角所对的弧是不变的；另一方面，尽管圆周角的顶点位置在变化，但角顶点的轨迹还是这条弧，这样的图形既然存有“变中不变”的图形规律，那么可以预测必然存在某些特定的数量规律. 达成目标（2）的标志是：学通过从特殊到一般，再从一般到特殊的方法，将“无限					

型”问题转化成“有限型”来证明圆周角定理. 在证明圆周角定理时, 用到数学中的枚举归纳法, 枚举归纳法是几何证明中常用的一种推证方法, 它要求就题设事项所有情况一一加以证明, 才能得出一般的结论, 若问题需要分类, 则具体操作步骤又可分解为: 第一, 对问题进行分类; 第二, 先证明分类中最为特殊的情况的正确性; 第三, 用特殊性的结论去证明其他各种情况的正确性; 最后对问题下结论.

教学问题诊断及教学重难点

圆周角定理的证明非常有特点, 命题对应的图形有无数个, 学生要先能将无限变为有限的三类, 然后选择其中圆心在角一边上的那个先证明, 再将另外两个转化为第一种图形去证明. 这种方法初中阶段学生还没涉猎, 因此, 要让学生运用这种方法来证明圆周角定理相当有难度. 为了突破这个难点, 第一, 引导学生思考如何将无限转化为有限. 通过画图、观察, 发现可以用分类思想将无限变为有限的三类, 即圆心在圆周角的一边上、在圆周角的内部和圆周角的外部. 让学生感悟“当研究对象的数量为无数个时, 一般可以运用分类的思想方法来研究问题”, 从而让学生用类比的思维方式得到“要研究这无数个圆周角的性质, 就必须用分类的思想方法来研究”, 实现学生思维方式的正向迁移. 第二, 引发学生的思考, 先证明哪一种, 为什么要先证明最特殊的. 第三, 引导学生将另外两种情况转化为第一种情况来证明. 最终得到圆周角定理的完整证明过程, 整个过程渗透了分类思想、转化思想, 尤其是转化思想, 是数学学习的精髓.

基于以上分析, 确定本节课的教学重难点是: 圆周角定理的证明.

教学过程

1. 问题提出

问题 1 如图 1, 点 B 、 C 在 $\odot O$ 上, 在平面中任意找一点 A , 画出 $\angle BAC$.

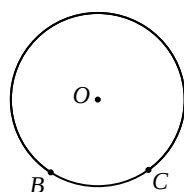


图 1

追问 1 这些角可以分成几类. 说说分类的标准是什么, 分别给这些角起个名字.

追问 2 尝试概括圆周角的概念.

【师生活动】 学生根据角的顶点的不同位置分成四类, (1) 顶点在圆心, 圆心角; (2) 顶点在圆内, 圆内角; (3) 顶点在圆上, 圆周角; (4) 顶点在圆外, 圆外角. 通过补充完善归纳圆周角概念: 顶点在圆上, 且两边都和圆相交的角叫做圆周角.

【设计意图】 圆心角是圆周角的前概念, 用圆心角来类比定义圆周角, 自然而合理, 学生易理解. 但两者又有本质差异, 沿着学生的思维让其在试错、纠错中生长定义, 在完善、

优化中精炼定义，在定义探索中激发学生的好奇心，让学生有一种发现的自豪感、成就感，也为后续探究圆内角、圆外角提供研究的方向，形成完整的知识结构。

2. 问题初探

问题 2 如图 2，点 B 、 C 在 $\odot O$ 上，请任意画几个 $\widehat{BC}$ 所对的圆周角 $\angle BAC$ 。

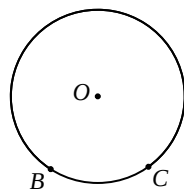


图 2

追问 1 你能画出几个这样的角？它们之间有什么关系？

追问 2 这些圆周角和它们所对应的圆心角之间有什么关系？

【师生活动】 学生发现可以画出无数个满足条件的圆周角，通过测量发现这些圆周角都是相等的，且等于同一条弧所对的圆心角的一半。但这种做法存在着测量误差的弊端，容易引起学生对猜想的疑虑。所以教师借助几何画板直观演示同弧所对圆心角和圆周角的数量关系，来感受猜想的正确性，同时，通过移动圆周上的点，让学生感受同弧所对的圆周角是圆心角的一半，并且当弧不变时，弧所对的圆心角是唯一不变的，而所对的圆周角虽然有无数个，但是大小都不变。突破传统的教学工具所不具备的形象直观性，节省时间，提高效率。体验结论的合理性，同时为突破难点有意识地对圆周角进行分类，为接下来的证明过程提供方向。

【设计意图】 本环节要求学生通过画同弧所对的圆周角，体会一条弧所对圆周角有无数个，但它们的角度却是唯一的。进而引导学生思考这个角度跟哪一个角相关，最终发现这无数个圆周角所对的圆心角只有一个，从而引发这无数个圆周角和这一圆心角之间的关系的思考，发现圆周角定理的结论。学生通过画图观察，感受一条弧所对的圆周角有无数个，而一条弧所对的圆心角只有一个，并产生认知冲突。也可为下面将“无限型”问题转化成“有限型”来研究作铺垫。

3. 问题再探

问题 3 证明你刚刚得到的结论。

追问 1 这个结论对应的图形有无数个，你准备怎么证明？如何将“无限”转化为“有限”？

追问 2 如何分类？分类的标准是什么？你准备先证明哪种情况？

追问 3 如图 3，当圆心 O 在 $\angle BAC$ 的一边上时，圆周角 $\angle BAC$ 与圆心角 $\angle BOC$ 之间有这样的数量关系？尝试证明。

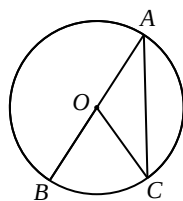


图 3

追问 4 如图 4 图 5, 当圆心 O 在 $\angle BAC$ 的内部或外部时, 上面的结论还成立吗? 尝试证明.

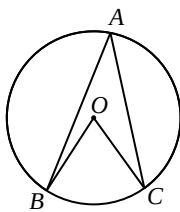


图 4

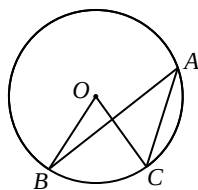


图 5

追问 5 通过上述的证明, 你发现了什么? 用文字语言叙述你发现的结论.

追问 6 同弧或等弧所对的圆周角有什么关系? 证明你的猜想.

【师生活动】 学生尝试画图证明, 发现图形不唯一, 在教师的引导下想到分类, 按照圆心与圆周角的位置可分为三类, 先证明最特殊的, 然后根据已有的经验再证明其他两种情况, 最后归纳在一起, 体会结论一致性、转化等思想. 学生尝试用文字语言描述所发现的结论, 在小组交流中完善. 经历这样一个有特点的证明, 学生收获一种新的证明方法、研究数学问题的一种方法.

【设计意图】 本环节是本节课的重点, 更是难点. 圆周角定理这个证明非常有特点, 命题对应的图形有无数个, 学生要先能将无限变为有限的三类, 即圆心在圆周角的一边上、在圆周角的内部和圆周角的外部, 然后选择其中圆心在角一边上的那个先证明, 再将另外两个转化为第一种图形去证明. 为了突破这个难点, 首先将无限转化为三类, 然后再解决三个图形的证明, 最终得到圆周角定理的完整证明过程. 渗透了分类思想、转化思想, 尤其是转化思想, 是数学学习的精髓. 让学生感悟“当研究对象的数量为无数个时, 一般可以运用分类的方法来研究问题”, 从而让学生用类比的思维方式得到“要研究这无数个圆周角的性质, 就必须用分类的思想方法来研究”, 实现学生思维方式的正向迁移. 这个问题的立意有两个. 一是让学生反观探索路径, 小结探索结论, 提升学生思维的缜密性. 二是初步形成用“枚举归纳法”解决问题的探索经验, 为学生后续学习提供有效的学习经验.

4. 问题应用

例 1 如图, 点 A_1 、 A_2 、 A_3 、 A_4 、 B 、 C 在 $\odot O$ 上. $\angle A_1$ 、 $\angle A_2$ 、 $\angle A_3$ 、 $\angle A_4$ 相等吗? 为什么? 你能得到什么结论?

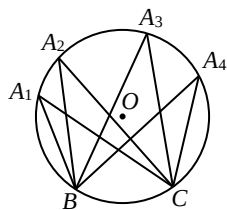


图 6

例 2 如图，点 A 、 B 、 C 、 D 、 M 、 N 都在 $\odot O$ 上， $\widehat{AB} = \widehat{CD}$ ， $\angle M$ 与 $\angle N$ 相等吗？为什么？你能得到什么结论？

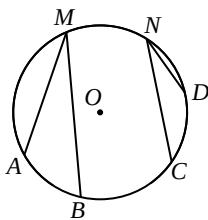


图 7

例 3 如图，点 A 、 B 、 C 在 $\odot O$ 上.

- (1) 若 BC 是 $\odot O$ 的直径，求圆周角 $\angle BAC$ 的度数.
- (2) 若圆周角 $\angle BAC = 90^\circ$. 连接 BC ，则 BC 过圆心 O 吗？
- (3) 由 (1) (2) 你能得到什么结论？

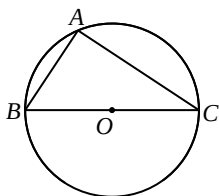


图 8

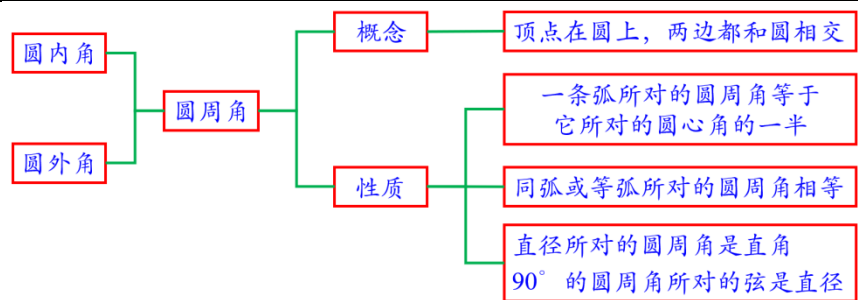
【师生活动】 学生根据刚刚所学的圆周角定理，发现圆周角定理的推论，很容易解决问题，关键在于用文字语言归纳所发现的结论，让学生不仅巩固所学，最重要的是能发现更多的结论，提升解决新问题的能力.

【设计意图】 圆周角定理的两个推论与圆周角定理联系非常紧密，所以调整到第 1 课时，学生很容易利用定理进行证明，培养学生的问题迁移能力. 把圆周角定理的两个推论与圆周角定理放在一起，保持了探究的完整性和连续性，将学生的思维不断引向深处，发展学生的思维能力.

5. 回顾反思

- (1) 本节课研究了什么？如何研究的？涉及到了哪些思想方法？
- (2) 接下来你还想研究什么？

【师生活动】 在教师的引导下，学生形成如下图所示的研究体系.



【设计意图】问题由易到难，逐层递进，首先是对本节课知识的回顾，突出规范的语言表述，其次是研究思路的再现，突出研究方法的重要性，最后是研究内容的延续，将研究对象拓展至圆内角、圆外角。这样的回顾反思，发生于课内，延伸至课外，一脉相承，使得知识更加系统化、结构化，有利于学生初步形成知识网络。对学生数学素养的形成有着很好的巩固、促进的作用。