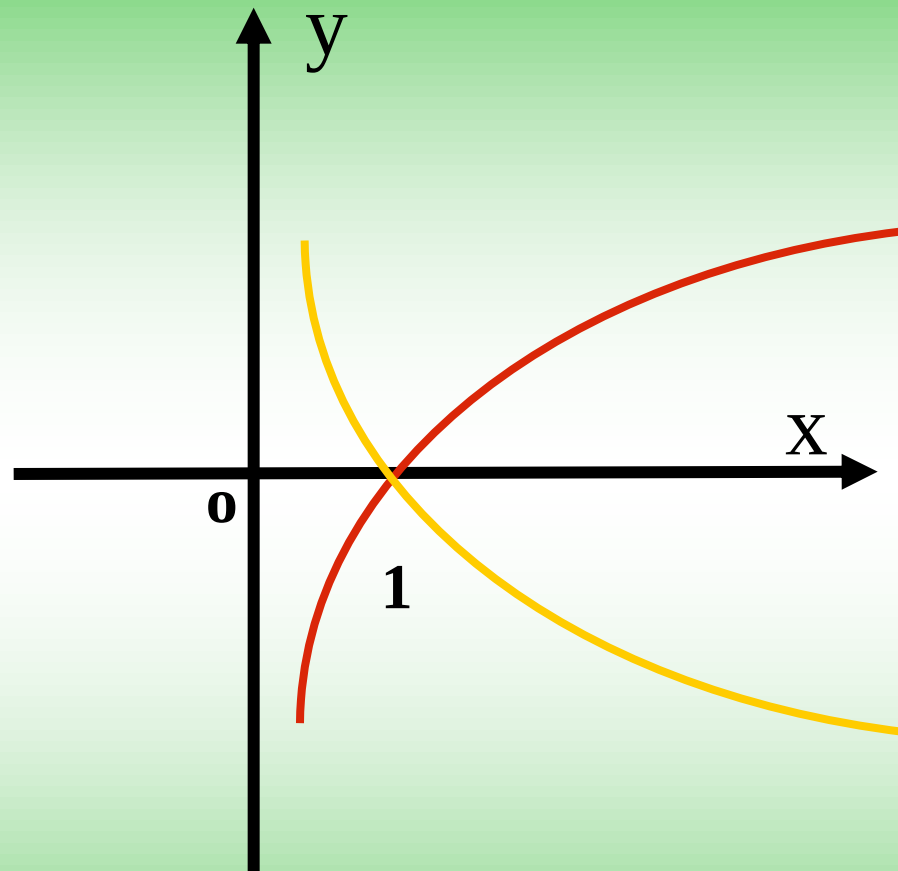


4.6对数函数的图象与性质



一.温故知新

在前面我们已经学过了第一个基本初等函数——指数函数,本节课我们来

学习另一个基本初等函数——对数函数

回顾研究指数函数的过程:

1. 定义
2. 研究其函数图像
3. 由图像得到函数的性质

二.引入新课

细胞分裂过程

分裂次数

第一次



第二次



第三次



第 x 次



细胞个数

$$2=2^1$$

$$4=2^2$$

$$8=2^3$$

$$2^x$$

用 y 表示细胞个数，关于分裂次数 x 的表达式为

$$y = 2^x$$

如果把这个指数式转换成对数式的形式应为

$$x = \log_2 y$$

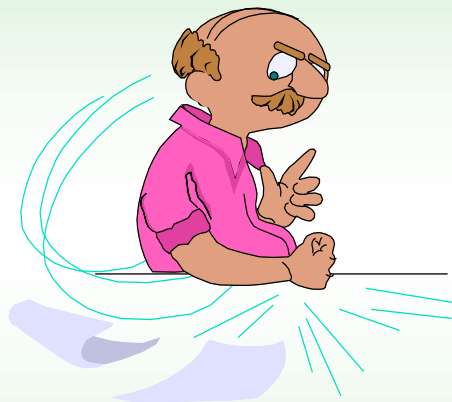
如果把 x 和 y 的位置互换，那么这个函数应为

$$y = \log_2 x$$

(一) 对数函数的定义

★ 函数 $y = \log_a x$ ($a > 0$, 且 $a \neq 1$) 叫做对数函数.

其中 x 是自变量, 定义域是 $(0, +\infty)$



想一想?

对数函数解析式有哪些结构特征?

- ①底数: $a > 0$, 且 $a \neq 1$
- ②真数: 自变量 x
- ③系数: 1

练习

下列函数中，哪些是对数函数？（导学与评价P53）

① $y = \log_a x^2$;

④ $y = \log_x a (x > 0, \text{且} x \neq 1)$;

② $y = \log_2 x - 1$;

⑤ $y = \log_5 x$.

③ $y = 2 \log_8 x$;

解：①中真数不是自变量 x ，不是对数函数；

②中对数式后减1，不是对数函数；

③中系数不为1，不是对数函数；

④真数不是自变量 x ，而是常数，不是对数函数；

⑤是对数函数。

（二）对数函数的图像和性质

描点法作图的基本步骤：

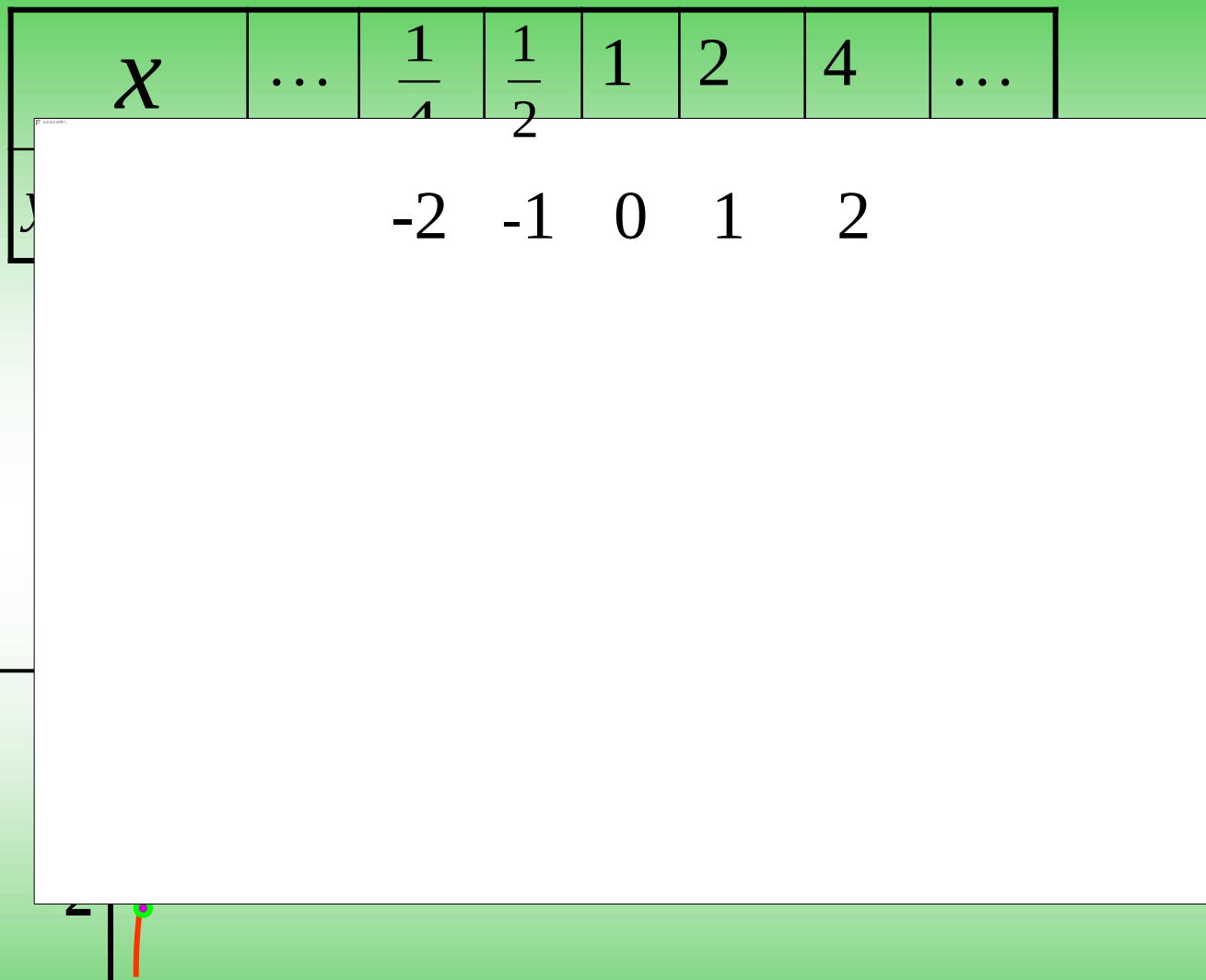
- 1、**列表**（根据给定的自变量分别计算出因变量的值）
- 2、**描点**（根据列表中的坐标分别在坐标系中标出其对应点）
- 3、**连线**（将所描的点用光滑的曲线连接起来）

$y=\log_2 x$ 图象

列表

描点

连线



$y=\log_{0.5}x$ 图像

列表

x	1/4	1/2	1	2	4	
$y=\log_2x$	-2	-1	0	1	2	...
$y=\log_{0.5}x$	2	1	0	-1	-2	...

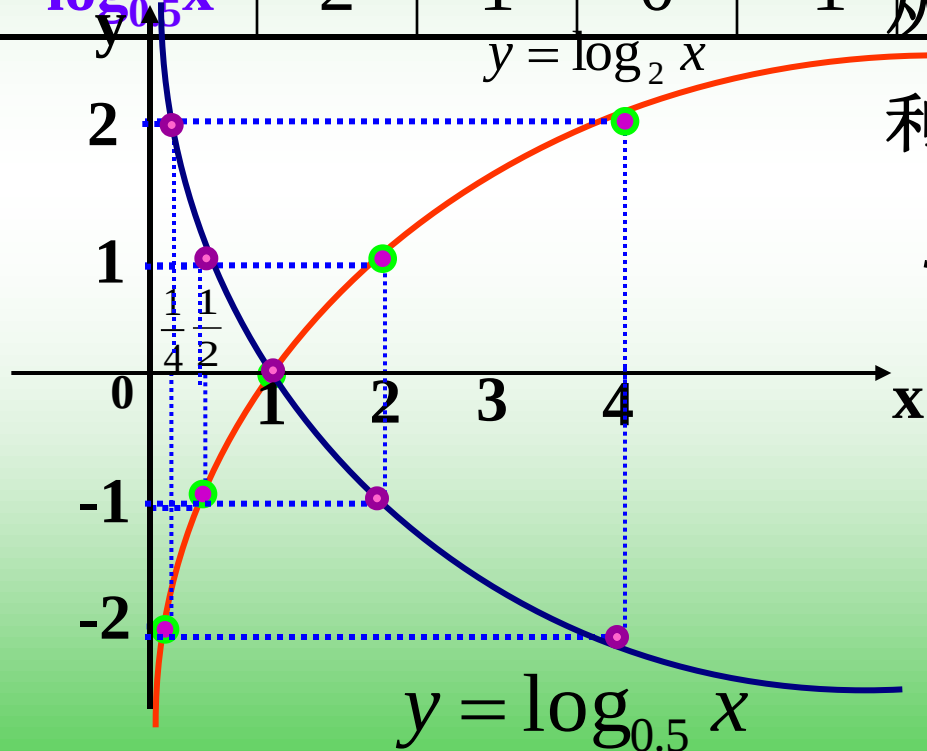
从解析式的角度来讲：

利用换底公式

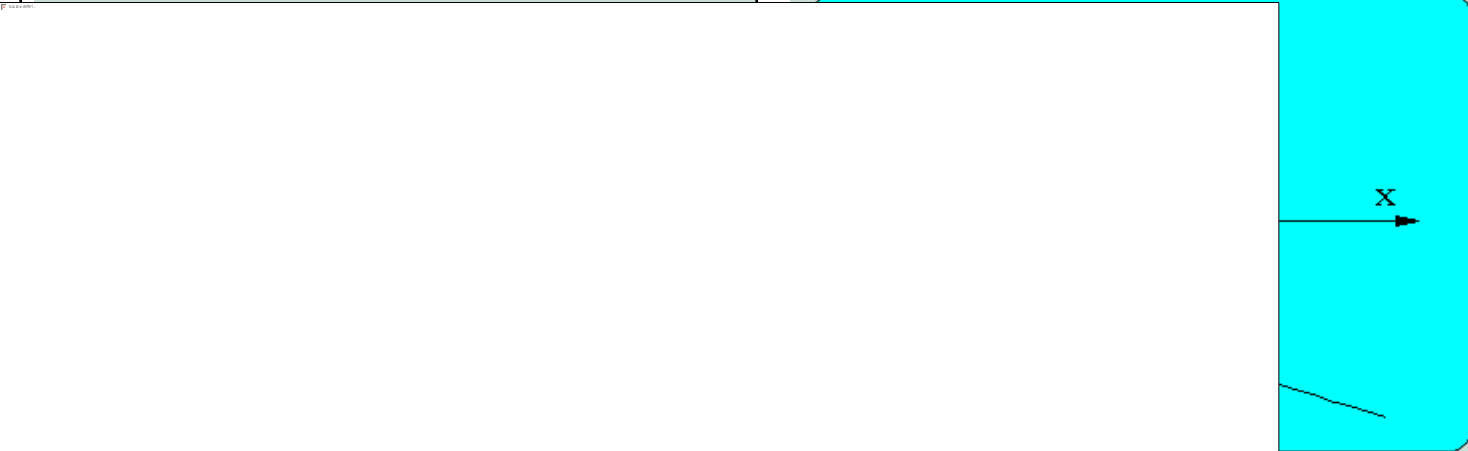
$$y = \log_{0.5} x = \frac{\log_2 x}{\log_2 \frac{1}{2}} = -\log_2 x$$

描点

连线



$y = \log_2 x$ 与 $y = \log_{0.5} x$ 的图象分析

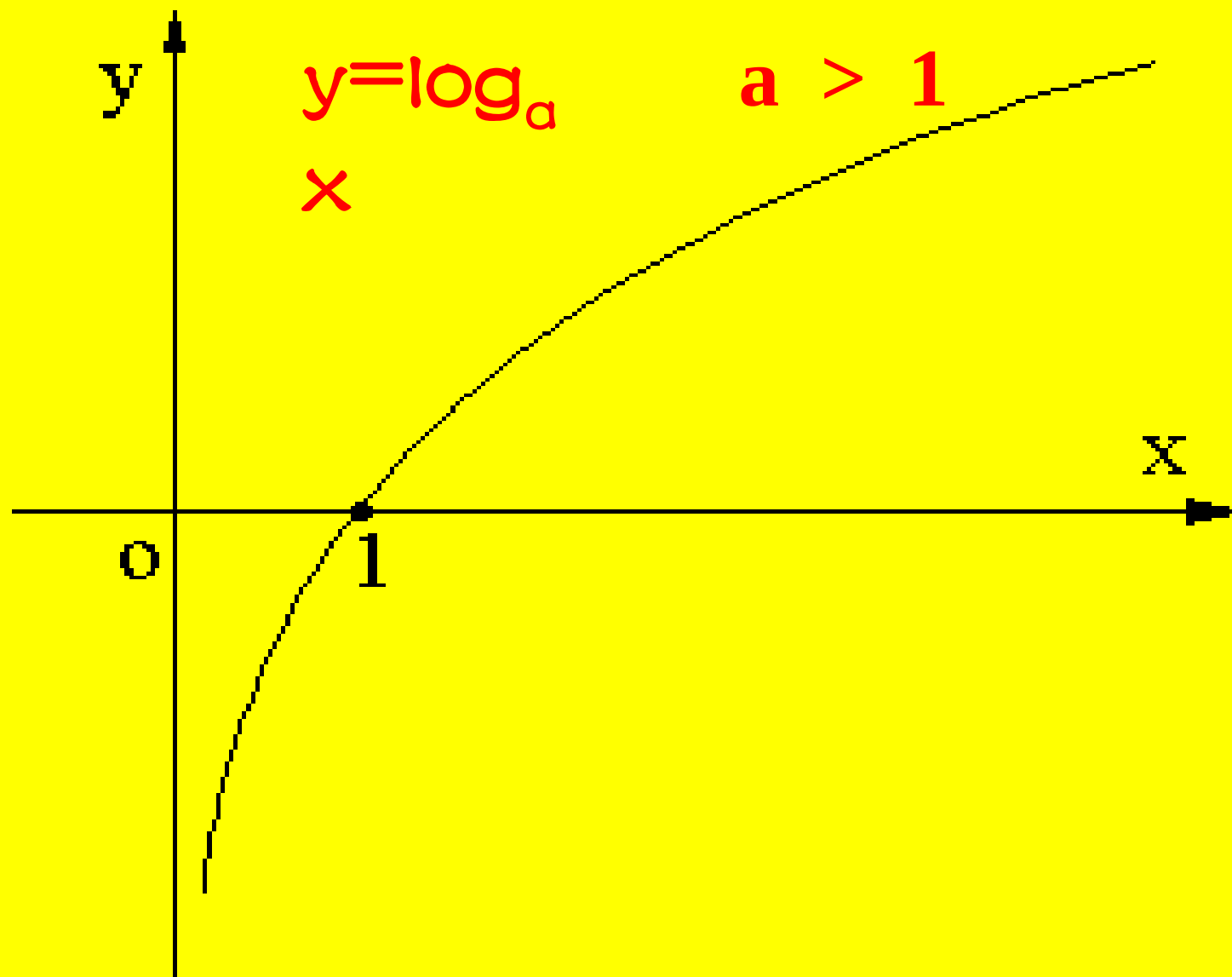
函 数	$y = \log_2 x$	$y = \log_{0.5} x$
图 象		
定义域	$(0, +\infty)$	$(0, +\infty)$
值 域	R	R
单调性	在 $(0, +\infty)$ 上是增函数 在 $(0, +\infty)$ 上是减函数	
过定点	都过定点 $(1, 0)$	
奇偶性	非奇非偶函数	



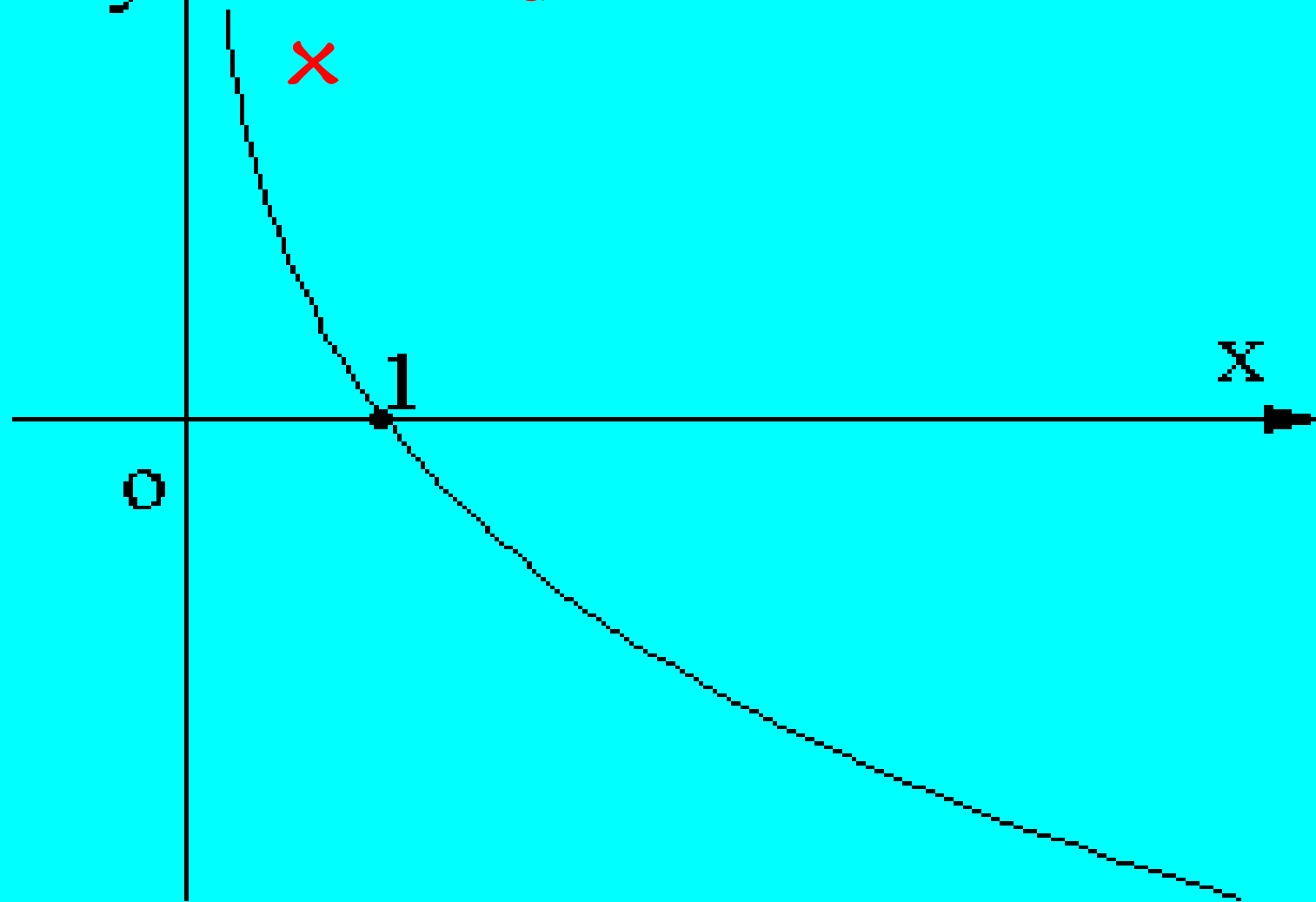
想一想？

底数 a 对对数函数 $y=\log_a x$ 的图象有什么影响？

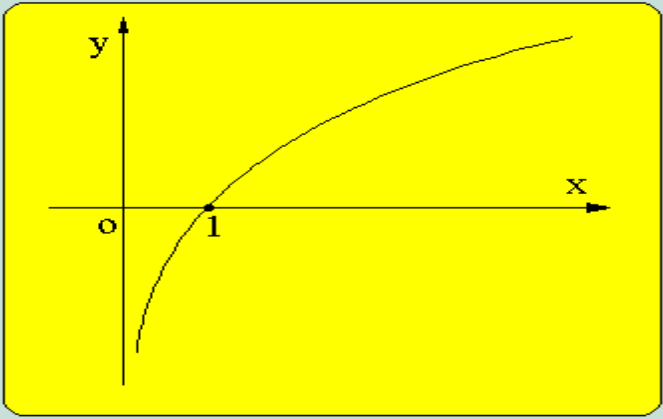
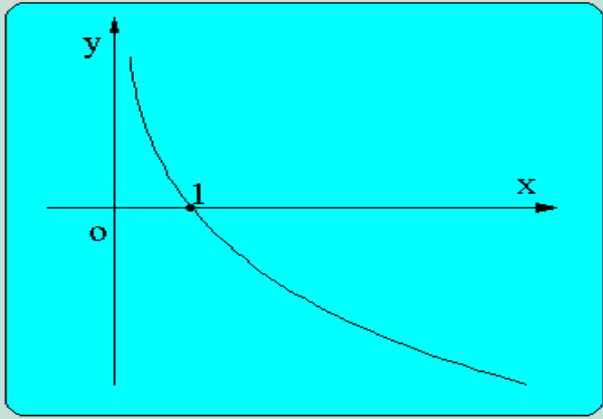
《对数函数的图像演示》 flash



$y = \log_a x \quad 0 < a < 1$



对数函数 $y=\log_a x$ 的性质分析

函 数	$y = \log_a x \quad (a>1)$	$y = \log_a x \quad (0<a<1)$
图 象		
定义域	$(0, +\infty)$	$(0, +\infty)$
值 域	R	R
单调性	在 $(0, +\infty)$ 上是增函数	在 $(0, +\infty)$ 上是减函数
过定点	都过定点 $(1, 0)$	
奇偶性	非奇非偶函数	

你还能发现什么？

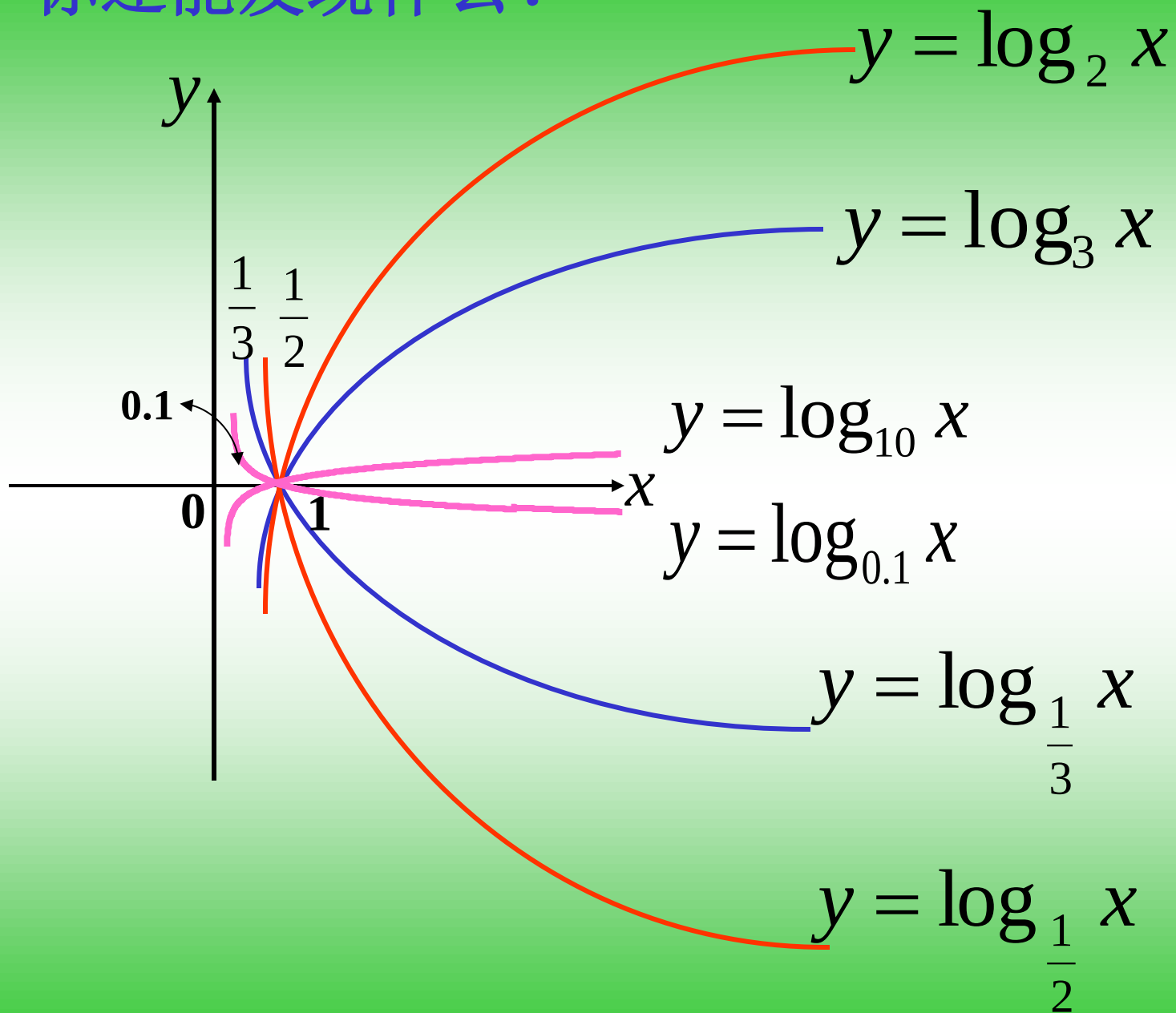
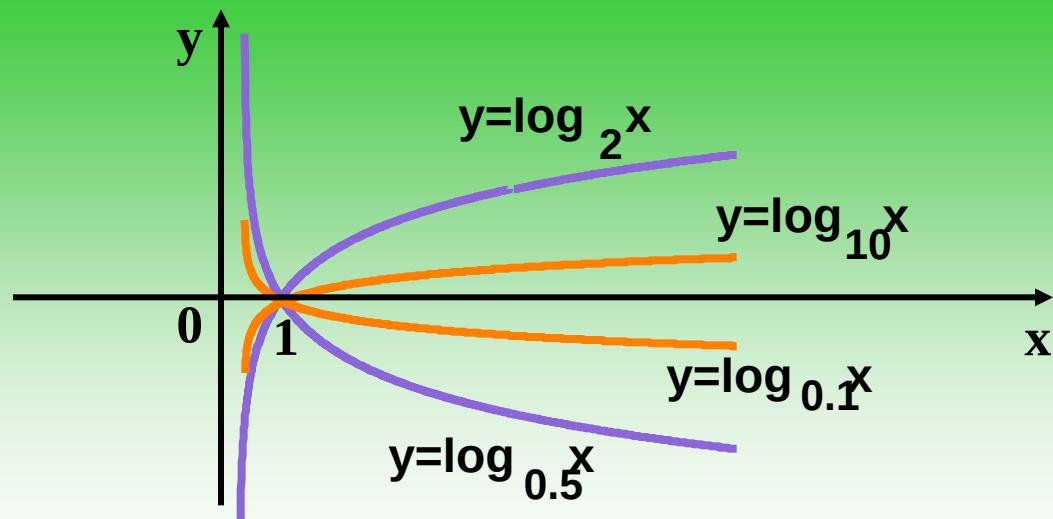


图
形



补充
性质
一

底数互为倒数的两个对数函数的图象关于x轴对称。

补充
性质
二

在第一象限从左往右看，底数逐渐增大，称为“底大头低”。

例题讲解

例7 求下列函数的定义域

(1) $y = \log_a x^2$ (2) $y = \log_a (4-x)$

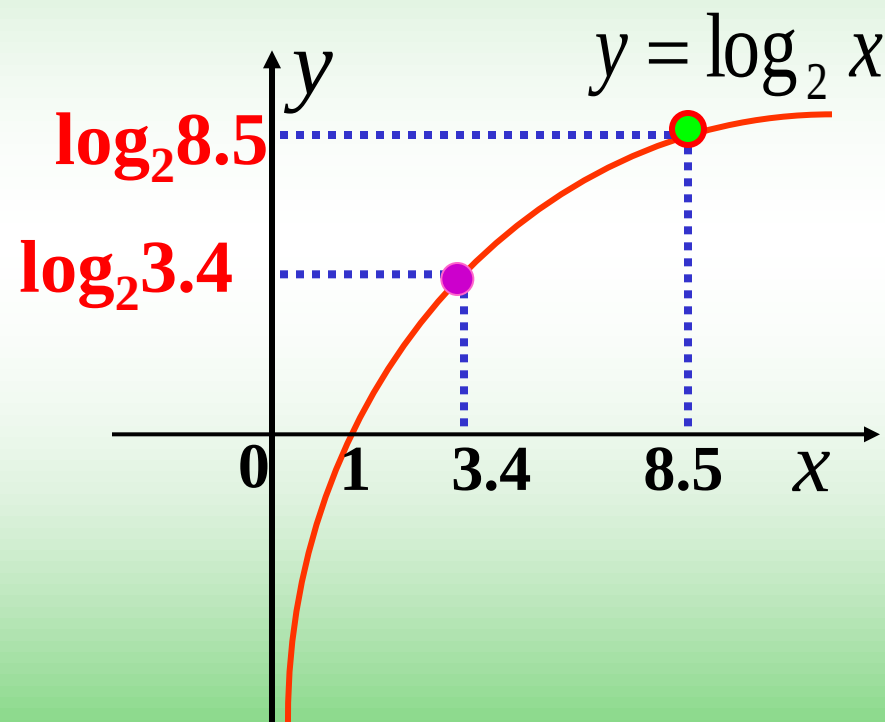
解: (1) 因为 $x^2 > 0$, 即 $x > 0$, 所以函数 $y = \log_a x^2$ 的定义域是
 $(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$

(2) 因为 $4-x > 0$, 即 $x < 4$, 所以函数 $y = \log_a (4-x)$
的定义域是 $(-\infty, 4)$

• 例8: 比较下列各组中, 两个值的大小:

• (1) $\log_2 3.4$ 与 $\log_2 8.5$ (2) $\log_{0.3} 1.8$ 与 $\log_{0.3} 2.7$

解法1: 画图找点比高低



$$\therefore \log_2 3.4 < \log_2 8.5$$

解法2: 利用对数函数的单调性

考察函数 $y = \log_2 x$,

$$\because a = 2 > 1,$$

$\therefore$ 函数在区间 $(0, +\infty)$ 上是增函数;

$$\because 3.4 < 8.5$$

$$\therefore \log_2 3.4 < \log_2 8.5$$

- 例8: 比较下列各组中, 两个值的大小:
- (1) $\log_2 3.4$ 与 $\log_2 8.5$ (2) $\log_{0.3} 1.8$ 与 $\log_{0.3} 2.7$

解2: 考察函数 $y = \log_{0.3} x$,

$\because a = 0.3 < 1$,

$\therefore$ 函数在区间 $(0, +\infty)$ 上是减函数;

$\because 1.8 < 2.7$

$\therefore \log_{0.3} 1.8 > \log_{0.3} 2.7$

- 例8: 比较下列各组中, 两个值的大小:
- (1) $\log_2 3.4$ 与 $\log_2 8.5$ (2) $\log_{0.3} 1.8$ 与 $\log_{0.3} 2.7$

比较两个同底对数值的大小时:

小结

1. 观察底数是大于1还是小于1 ($a > 1$ 时为增函数
 $0 < a < 1$ 时为减函数)
2. 比较真数值的大小;
3. 根据单调性得出结果。

• (3) $\log_a 5.1$ 与 $\log_a 5.9$ ($a > 0$, 且 $a \neq 1$)

解: 若 $a > 1$ 则函数 $y = \log_a x$ 在区间 $(0, +\infty)$ 上是增函数;

$$\because 5.1 < 5.9 \quad \therefore \log_a 5.1 < \log_a 5.9$$

若 $0 < a < 1$ 则函数 $y = \log_a x$ 在区间 $(0, +\infty)$ 上是减函数;

$$\because 5.1 < 5.9$$

$$\therefore \log_a 5.1 > \log_a 5.9$$

注意: 若底数不确定, 那就要对底数进行分类讨论

即 $0 < a < 1$ 和 $a > 1$

你能口答吗？

变一变还能口答吗？

$$\log_{10} 6 \underline{<} \log_{10} 8$$

$$\log_{0.5} 6 \underline{>} \log_{0.5} 8$$

$$\log_{\frac{2}{3}} 0.6 \underline{>} \log_{\frac{2}{3}} 0.8$$

$$\log_{1.5} 6 \underline{<} \log_{1.5} 8$$

$$\log_{10} m < \log_{10} n \quad \text{则 } m \underline{<} n$$

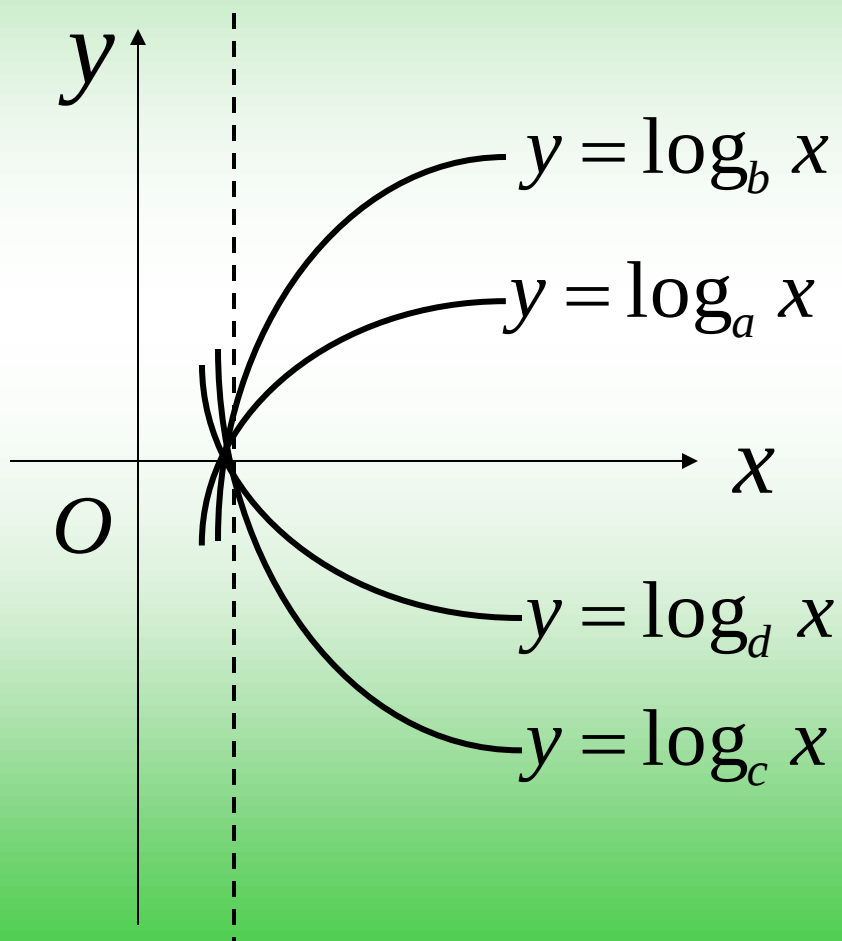
$$\log_{0.5} m > \log_{0.5} n \quad \text{则 } m \underline{<} n$$

$$\log_{\frac{2}{3}} m > \log_{\frac{2}{3}} n \quad \text{则 } m \underline{<} n$$

$$\log_{1.5} m < \log_{1.5} n \quad \text{则 } m \underline{<} n$$

函数 $y = \log_a x$, $y = \log_b x$, $y = \log_c x$, $y = \log_d x$ 的图像如图所示, 则下列式子中正确的是 ()

C



A. $0 < a < b < 1 < c < d$

B. $0 < b < a < 1 < d < c$

C. $0 < d < c < 1 < b < a$

D. $0 < a < b < 1 < d < c$



教 学 总 结

- 对数函数的定义

- 对数函数图象

对数函数性质

作业

(课后思考)

(一) 你能比较 $\log_3 4$ 和 $\log_4 3$ 的大小吗?

(二) 对数函数 $y=\log_a x$ 与指数函数 $y=a^x$ 的关系。

提示: 分别将 $y=2^x$ 和 $y=\log_2 x$

$y=0.5^x$ 和 $y=\log_{0.5} x$

的图象画在一个坐标内, 观察图象的特点!

(书面作业)

• P73 2,3



Thank you!

要善于退，足够的退，退到不失去重要性
的地方就是解决数学问题的诀窍。