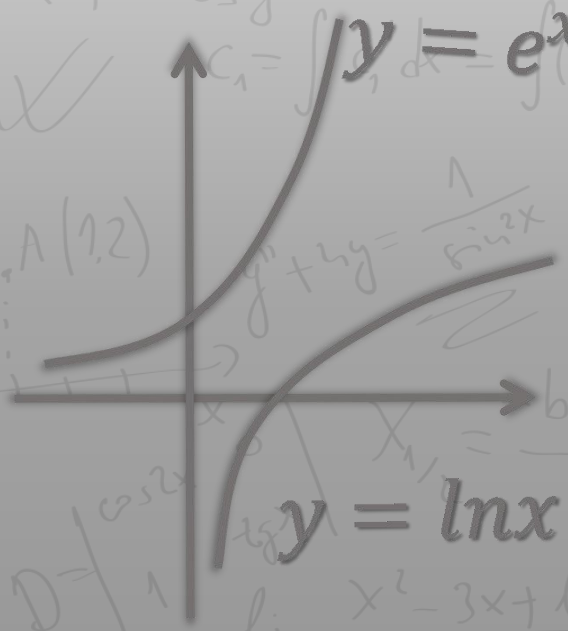


4.3.1对数的概念

The concept of logarithm

小红书
遇见Wow龙岗

YaogeWin
小红书

任务揭示

对应的数x	1	2	3	4	x	5	?	7	8	9
原 数2^x	2	4	8	?		32	64	128	256	512

【思考1】完善此表 $2^4=16$ $2^x=64$ $x=8$

【思考2】如果 $2^x=24$,那么 $x=?$

纳皮尔对应思想的起源：求幂对应的指数

形成概念

纳皮尔logarithm（对数），**简记为**log

$2^x = 24 \longrightarrow x = \log_2 24$

x是以2为底24的对数

$x = \log_2 24$**是否存在？**

形成概念

思考：我们可不可以判断 $2^x = 24 \longrightarrow x = \log_2 24$

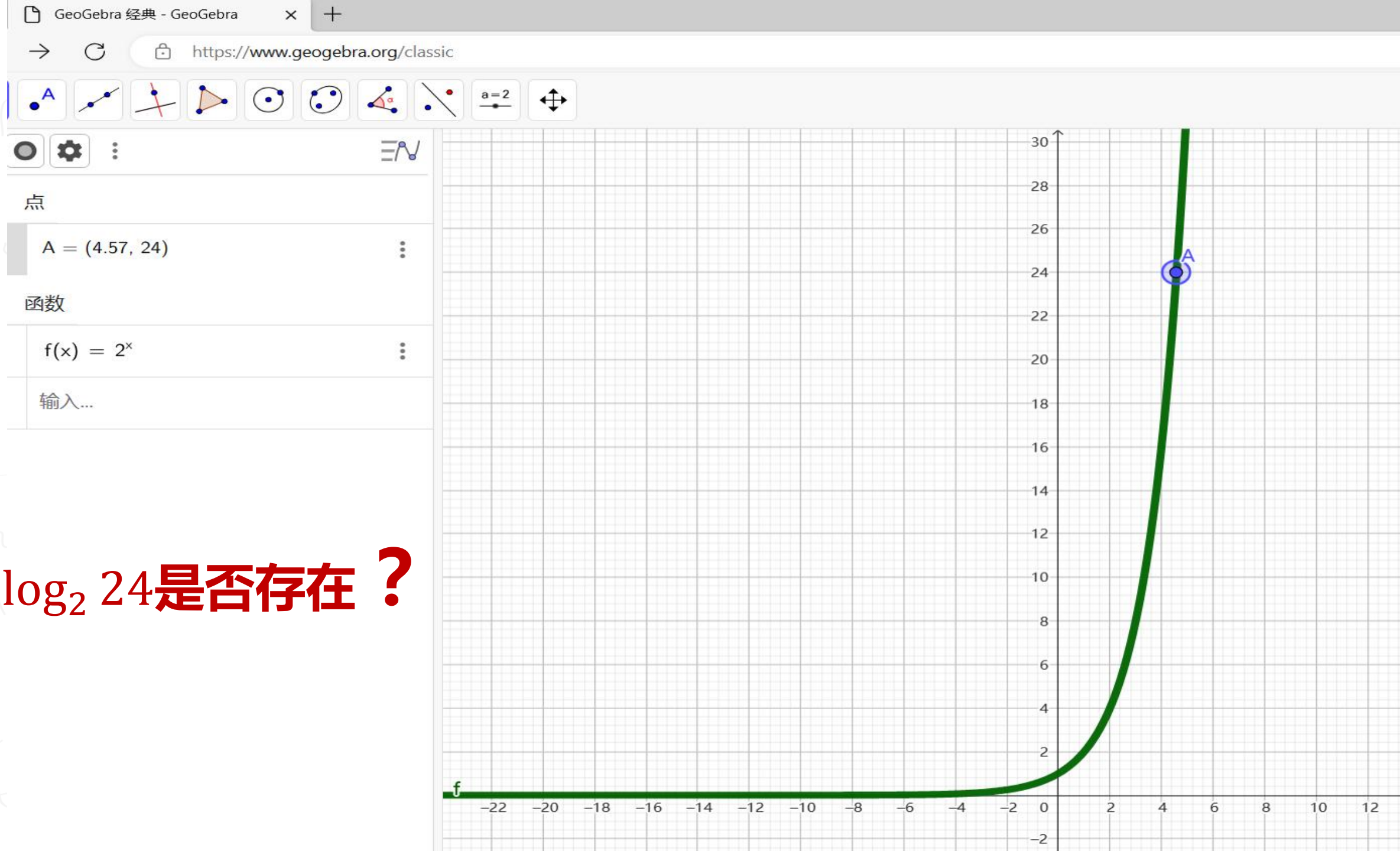
中x的大约位置，或者说在哪两个连续整数之间？

分析：$2^4 = 16$，2^5=32

16<24<32

所以4<x<5, x是一个无理数.

$x = \log_2 24$存在



$x = \log_2 24$是否存在？

对数的概念

一般地，如果 $a^x = N\ (a>0, 且 a\neq 1)$ **，那么数x称为**

以a为底N的对数（logarithm），**记作**

$$x = \log_a N \qquad log_a N = x$$

其中a叫做对数的底数，N叫做真数

$$a^x = N \Longleftrightarrow x = log_a N \quad (a>0, a\neq 1)$$

欧拉指出：“对数源于指数”

概念理解

指数式与对数式的互化

指数式 ⟷ 相互转化 ⟷ 对数式

N>0（负数和零没有对数）

幂 $a^x = N$ ⟷ $x \in R$ ⟷ $x = \log_a N$ 真数

指数 $a^x = N$ $x \in R$ $x = \log_a N$ 对数

底数 $a^x = N$ $x = \log_a N$ 底数

a>0，a≠1

口诀：底数不变，指对一体，幂真一致

思辨解析(正确的打“√”，错误的打“×”)

(1)$\log_a N$ 是 $\log_a$ 与 N 的乘积.（ × ）

(2)$(-2)^3=-8$ 可化为 $\log_{(-2)}(-8)=3$.（ × ）

(3)对数运算的实质是求幂指数.（ √ ）

对应的数x	1	2	3	4	5	6	7	8	9
原 数2^x	2	4	8	16	32	64	128	256	512
对应的数x	10	11	12	13	14	……	……	26	27
原 数2^x	1024	2048	4096	8192	16384	……	……	67108864	134217728

【思考4】写出红色圈中的对数

$2^m=8192$ $2^m=16384$ $2^m=134217728$

数学+天文

299792.468km/s

光在真空中的速度

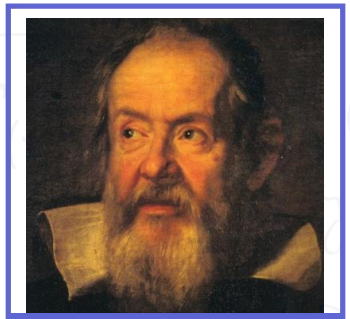
132451200秒
（假设一年365天）

299792.468km/s × 132451200秒 = ？

数学+天文

对数产生的意义

“给我空间，时间以及对数，我就可以创造一个宇宙。”

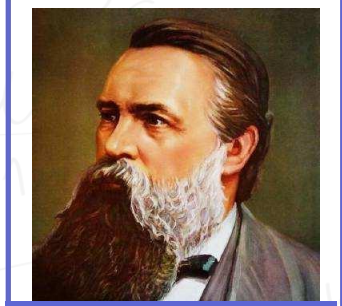


伽利略

拉普拉斯

“对数可以缩短计算时间，在实效上等于把天文学家的寿命延长了许多倍。”

“对数的发明，解析几何的创始，微积分的建立成为17世纪数学的三大成就。”



恩格斯

例 1 将下列指数式改写成对数式，对数式改写成指数式.

(1) $4^3=64$；　(2) $2^{-4}=\frac{1}{16}$；　(3) $\left(\frac{1}{5}\right)^m=3.69$；

练习

1. 将下列指数式改写成对数式.

(1) $5^3=125$；　(2) $16^{\frac{1}{4}}=2$；　(3) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-2}=4$；　(4) $\left(\sqrt{3}\right)^6=27$.

$$a^x = N \Leftrightarrow x = log_a N$$

例 1 将下列指数式改写成对数式，对数式改写成指数式.

(4) $\log_{\pi}1=0$； (5) $\log_3\frac{1}{81}=-4$； (6) $\log_{10}N=-2$.

2. 将下列对数式改写成指数式.

(1) $\log_3 9=2$； (2) $\log_{\frac{1}{3}}27=-3$； (3) $\log_{10}0.01=m$； (4) $\log_{\sqrt{3}}\frac{1}{3}=-2$.

$$a^x=N\Leftrightarrow x=\log_a N$$

例 2 求下列各式中 x 的值.

(1) $\log_9 81=x$；(2) $\log_{0.1} 0.01=x$；(3) $\log_{\frac{1}{3}} 27=x$；

(4) $\log_{10} x=-\frac{1}{2}$；(5) $\log_x 6=1$；(6) $\log_{\sqrt{2}} 2=x$.

3. 求下列各式中 x 的值.

(1) $\log_3 x=4$；(2) $\log_\pi x=1$；(3) $\log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{8}=x$；(4) $\log_x 125=3$.

$$a^x = N \Leftrightarrow x = log_a N$$

思维拓展

填空($a>0,a\neq1,N>0,b\in\mathbf{R}$):

(1) $\log_3 3^5=$_____, $\log_{0.2}0.2^7=$_____, $\log_{\sqrt{2}}(\sqrt{2})^b=$_____, $\log_a a^b=$_____;

(2) $6^{\log_6 5}=$_____, $\left(\frac{1}{2}\right)^{\log_{\frac{1}{2}}N}=$_____, $\pi^{\log_\pi N}=$_____, $a^{\log_a N}=$_____.

4. 求下列各式的值.

(1) $\log_{1.9}1.9^{-2}$; (2) $\log_{11}11^{\sqrt{5}}$; (3) $0.31^{\log_{0.31}5}$; (4) $\left(\sqrt{7}\right)^{\log_{\sqrt{7}}2}$.

4. 求下列各式的值.

(1) $\log_{1.9} 1.9^{-2}$; (2) $\log_{11} 11^{\sqrt{5}}$; (3) $0.31^{\log_{0.31} 5}$; (4) $\left(\sqrt{7}\right)^{\log_{\sqrt{7}} 2}$.

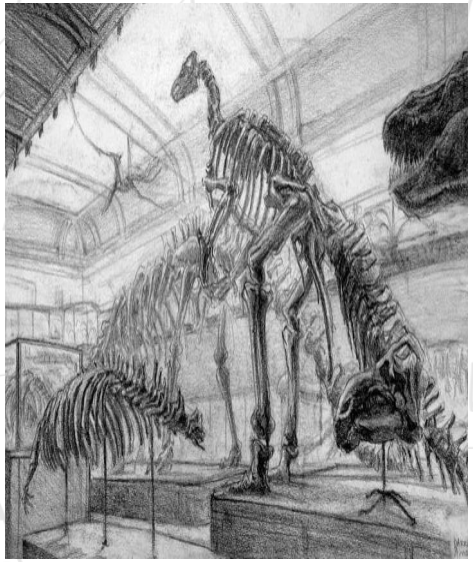
1个定义 $log_a N = x$

1个互化 $a^x = N \Leftrightarrow x = log_a N$

2个恒等式 $a^{log_a N} = N$ $(a>0$ 且 $a\neq1$，$N>0)$.

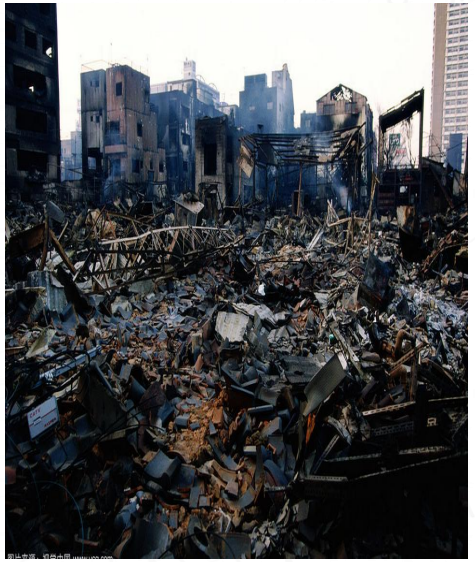
数学+科技+生活

对数在现实生活中的应用



在生物领域，对数用于求“半衰期”估计生物死亡的年数

在化学领域，对数用于求“PH”值



在地理领域，对数用于计算地震强度

在物理领域，用于测量声音的分贝

课后作业

必做题：P118. A1. 2. 3. 4（1）（2）

选做题：B2

阅读题：扫码学习通平台

（在没有计算机的时代，是如何制作对数表的？）