

任意角(另类设计)

潘静

过程:

一 预备阶段

师:在观看体操和跳水比赛的时候,我们会听到一些解说词,比如“转体 360° ”、“转体3周半”。

生:(想象画面——老师并不播放体操或跳水的画面,而是鼓励学生自己想象。多数学生会边想象边用手比划,老师讲话要慢一点,给学生留出时间。)

师:“转体3周半”是多少度?

生: 1260° (借助于精确的比划,进行计算)——目前学生还没有“任意角”的概念,但是他们能够计算出“三周半”等于 1260° ,这个角在他们的潜意识里——说不出它是什么但心里有它的存在。

(说明:经过初中的学习,学生头脑里有锐角、直角、钝角、平角、周角(即 360°)的概念。周角 360° 是最接近于“任意角”的,它处于学生认知的最前端。但是,不能据此认为可以从 360° 出发实施教学。事实上, $180^\circ-360^\circ$ 之间的角(比如 210°)对他们来说是空白,让学生补上这个空白是本节首先要做到的——因为这牵涉到“角的定义”的发展,请结合下面的教学过程来体会)。

二 认识阶段

师:我们初中就已经学过了各种角,现在请跟着我的口令画角。

师: 60° —— 90° —— 135° —— 170° ——

生:(画得很顺利)

师: 210°

生:(困惑)什么? 210° ?这不能画吧?从来没画过。

师:对,是要你们画 210°

生:(经过一番纠结,它们有了这样的判断:比 180° 还大,应当是这样的)



师:非常好,这和数学家们画的 210° 角完全一致。没有人高树你,你却准确地再现了数学家们的成就,是怎么做到的?为什么这样做?

生:说不出理由,感觉就该这样做。

师:这就是直觉,这种直觉非常宝贵。

师:我们能画出 270° 吗?

生:(随手就画出来了)

师: 350° 呢?—— 390° 呢?

(390° 已经突破了 360° ,但学生照样画了出来。不但如此,“角”在他们眼里已经没有限制)

师:还能画更大的角吗?比如 750°

生:能(手在转圈,比划出 750°)。

师:可以画出多大度数的角?

生:几千度、几万度都可以。

师:角的度数达到什么样的范围?

生:从零到无穷大。

师:确实如此,从零到无穷大任意度数的角都可以画出来。

师：回过头来看我们画的 210° 角，为什么你不说它是 150° ？

生：因为那个箭头，如果没有那个箭头就不好说了。

师：有道理，不能丢掉箭头。哎（若有所思状）什么叫角？定义是什么？

生：（只能回顾初中的定义）从同一顶点出发的两条射线构成的图形。

师：那么用这个定义能描述我们刚才所画 210° 和 390° 。

生：这个定义不能区分 210° 和 150° ，也不能区分 390° 和 30° 。

师：我们把角的范围推广到任意正数，实现了对原来角的突破，那么角的定义也应当重新改写。根据我们现在的认识，角应该怎样定义呢？

生：（尝试……）

师生：角的定义：一条射线绕它的原点旋转所形成的图形。……叫始边，……叫终边。

师：既然用旋转来定义角，旋转多少圈就增加多少个 360° ，因此角的度数就没有限制了。

生：是的。

师：我们把角推广到任意大的度数，有意义吗？生活中有那么大的角吗？

生：有。直升机机翼的旋转，自行车辐条的旋转，还有大风车……

师：确实如此。下面请大家再来画一个角。听好： -30°

生：什么叫“负 30° ”

师：你感觉呢？

生：一定是规定一个方向为正，相反的就是负。

师：大家分析得非常好。既然是正负问题，一定是有两个相反的方向，规定一个为正方向，另一个就是负方向。根据定义，角是旋转而形成的图形。旋转的方向只有两个，一个是顺时针一个是逆时针，它们正好是互为相反的方向。那么，规定谁为正方向呢？你们认为……

生：……

师：本来，可以规定逆时针方向为正，也可以规定顺时针方向为正，决定权完全在于人类的喜好。国际上的规定是：逆时针方向为正，顺时针方向为负。这是必须记住的。

师：这样一来， -30° 就可以画出来了。

生：画 -30°

师：再画一个 -150° ， -400° 。

生：（画角）

师：还有很多的负角，负角的度数可以到负多少度？

生：可以到 $-\infty$ 。

师：如此一来，角的度数可以形成什么样的范围？

生：从 $-\infty$ 到 $+\infty$ 。

所有的“刻画”都是先有认识后有语言，用语言来描述自己的认识。或者说，人的眼里先有认识，才有对认识的表达，我们称之为“对世界的刻画”。这节课就遵循了这个原则：先有任意角的“实体”，才有对这个实体的认识，最后给它一个名称，那就是定义了。这样的教学过程，学生不是认识了“定义”，而是认识了“角”。“定义”只是这个认识过程中的副产品，它可以用来考试，但考试之外学生还有更多的收获。