

两点间距离的不同教法

潘静

【问题】 在坐标系 xOy 内有两点 $(-4, 2)$ 和 $(2, 10)$ ，求它们的距离。

先说测试结果，美国学生 33% 的人会做，中国学生 100% 的人会做，碾压。

再说【教学过程】

[美国]

这里有两个点，来来来，求一下它们的距离。

怎么求？

那是你的事。

用刻度尺量一下，好像是 10，（自我怀疑与相互质疑）会那么正好吗？不一定。测量可能不可靠，还是计算吧。

两个点孤零零的，要我求距离？连起来，两点间距离就是线段的长。线段长，物理上才测量呢，数学上必须求。怎么求？放进三角形吧，谁知道行不行呢，试试再说。

过一点作一条水平线，过另一点作竖直线，交叉得一个直角三角形。一条直角边长是 6，另一条是 8，求斜边长就行了。正好，用毕达哥拉斯定理（中国叫勾股定理），长度等于根号下 100。

你满意吗？

掏出计算器按几下，哈，根号下 100 等于 10。还真他么是 10，和量出来的一样，弄了半天白玩儿了。

你觉得真的白玩儿了吗？

什么意思？

如果换两个点，比方说吧， $(-14321, -33890)$ 和 $(80469.6, 69310.4)$ ，求距离，你再试试。

这太远了，画不出来，我只能想象了。

聪明，想象力是没有限制的。

嗯，是的，我想到还是这样，作出一个直角三角形，一样用毕达哥拉斯定理。知道了，最终还是数学历害，多远多近都是行的哈。这下子，任意两个点都难不住我，我还有计算器，数大数小没关系。够爽！

你能把公式给写出来呢？

[中国]

（先讲一下两点间的距离公式。）

这里有一个题目，快点做一下。

（代入）等于 10。

对的！做对的举下手

（齐举手）

很好，看下一题。

【评析】

1 美国老师给出的是“问题”，但是并没有给出明确的解决方法（比如怎么做），连暗示都没有。学生面对的其实就不是一个“问题”，而是一个现象：有两个点在这里，很清楚它们之间是有距离的，咱们给求出来看看。

美国老师不要求学生记忆公式（如果学生自己记忆，也没人反对），而是让他们自己从最原始的现象出发，自己体会到问题的存在并把它给解决掉。学生面对现象观察分析，最后

把这个现象认识清楚了。当然，他们最后也得到了两点间的距离公式，他们可能不会记住这个公式，但是可以一定会记得获得这个公式的经历。

在这个过程中，学生还有比知识更大的收获，那就是探究的精神和成功的体验，中间有想象力的极大放飞——从“很近”的两个点，到“很远”的两个点，到“任意”的两个点，尤其是，它们在潜意识里始终会知道“有这么一个公式”，如果需要它随时可以上网查到（谷歌有强大的搜索功能）

2 中国老师首先讲公式，让后让学生做练习（这还是好的，有的老师是先讲“例题”再让学生模仿着做练习）。学生会的是什么？是公式。

从学生体验上看，听老师讲-学着做练习-多练几个达到熟练。学生面对的不是世界，而是“标准化的题目”。实际上，本文开始给出的“问题”是美国式的，中国式的将不是问题，而是习题：求两点 $(-4, 2)$ 和 $(2, 10)$ 之间的距离。差别在哪里呢？我们是不是说“坐标xoy”的，好像坐标系天然地就在那里，或者说有点自然就与坐标系。

3 中国古人发现了勾股定理，上面的教学去不用，而是用西方人发明的“两点间距离公式”。美国人去不用两点间距离公式，转用勾股定理。中国人学习知识，美国人学习解决问题。中国人要求记忆，美国人放飞想象力。结果是，在考试的时候中国人碾压美国人，而在想象力上美国人胜出。发明创造靠的是想象力，而不是记忆力。所以，要想在国家间的竞争中取得优势，中国的数学教育必须改变。朝哪里改？让学生面对真实的世界，进行真实的思考，去发现和解决真实的问题。现象教学是课供选择的路径之一，这将是教育观念上的根本变革。如果只在只怎样教是变，是没有前途的，教什么永远比怎么教更重要。

教育是项“慢事业”，要着眼于人的生命成长、心灵充盈、灵气张扬，而不是着眼于人的生命驯化、大脑填充、技能训练。教育是科学，有它自身的规律。至于说“弯道超车”，不能忽略两个前提。第一，你必须有一台自己的车；第二，你必须等待别人走上一条弯道。如果别人本身就在直道上，你便没有捷径可走。这时，你只有一个办法，那就是造出属于自己的更好的车。