

三角函数的图象与性质（复习课）

潘静

一 课前练习

- 1 (单选题) 把函数 $y = 2\sin(x + \frac{\pi}{6})$ 的图象变换到 $y = 2\sin(2x + \frac{\pi}{6})$ 的图象, 需要经过 ()
- A. 一次伸缩变换
B. 一次平移变换
C. 一次伸缩变换和至少 1 次平移变换
D. 若干次对称变换
- 2 (多选题) 下列函数中, 周期等于 π 的是 ()
- A. $y = |\sin x|$
B. $y = \sin |x|$
C. $y = \cos |x|$
D. $y = |\tan x|$
- 3 函数 $y = \tan(2x + \frac{\pi}{3})$ 图象上, 离原点最近的对称中心坐标是_____。
- 4 函数 $f(x) = \begin{cases} \sin x, \sin x \geq \cos x \\ \cos x, \sin x < \cos x \end{cases}$ 的值域是_____, 减区间是_____。

二 问题回归

数学是对世界的描述。一个数学问题，研究得越深入便会越抽象，因此我们时常需要回归其原始意义，即“回到问题本身”。对于正弦函数 $y = \sin x$ ，你知道它的原始意义吗？或者说，在哪一个实际背景中有 $y = \sin x$ 所描述的数学现象？

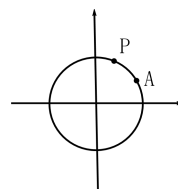
活动 1 找到实际背景（不唯一），并从中感知 $y = \sin x$ 的变化规律，用图形来描述这个规律。

活动 2 用代数语言表达你刚才感知的结果，体会上面几种描述（动作的、图形的、代数的）的优点（——我们需要严谨，需要精确，然而尤其需要想象力！）

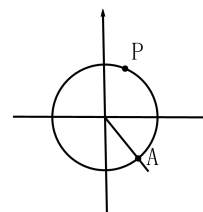
活动3 在你找到的实际背景里，是不是还有更多的数学现象值得我们去认识？

三 综合与创新

例 1 (1) 单位圆上的点 P 从 $A(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2})$ 出发, 按逆时针方向, 以角速度 2 (弧度/秒) 匀速运动, 写出在出发后 t 秒时点 P 的纵坐标 y 。



(2) A 点是角 $-\frac{\pi}{3}$ 的终边与单位圆的交点, 单位圆上的点 P 从 A 出发按逆时针方向匀速运动, 每 12 分钟旋转一圈。写出在出发后 t 分钟的时刻点 P 的纵坐标 y 。



单位圆中这类问题的一般形式可表述为: _____

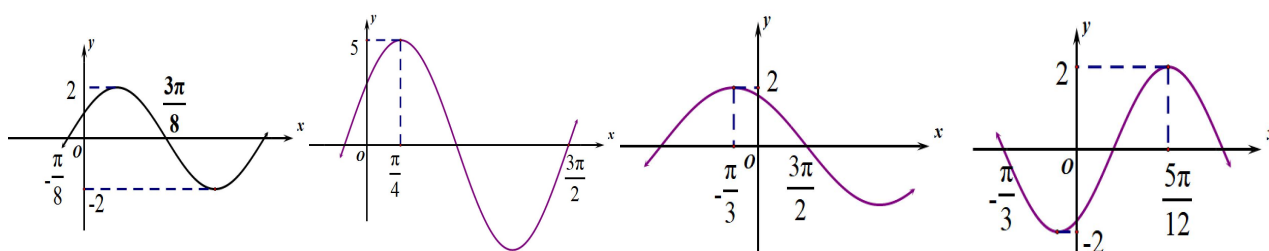
活动 5: 对于函数 $y = A \sin(\omega x + \varphi) (A > 0, \omega > 0)$ 。

- (1) 它描述的是怎样的一个数学现象?
- (2) 如何求这个函数的单调区间?
- (3) 如何求这个函数图象的对称中心和对称轴?
- (4) 这个函数的图象可以由 $y = \sin x$ 的图象经过怎样的变换而得到?

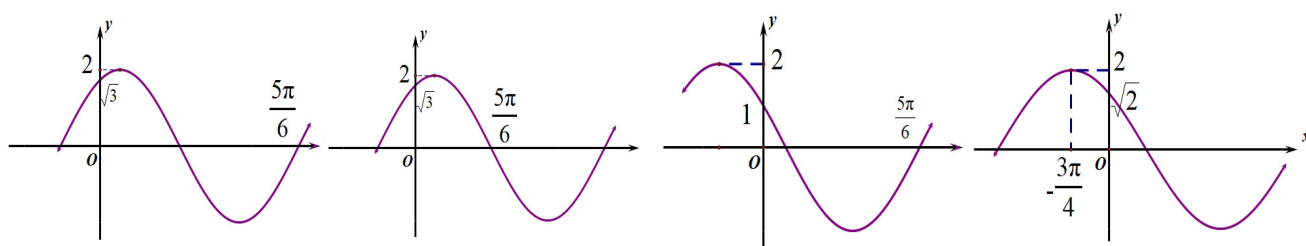


例 2 由函数图象, 写出一个形如 $y = A \sin(\omega x + \varphi) (A > 0, \omega > 0)$ 的解析式。

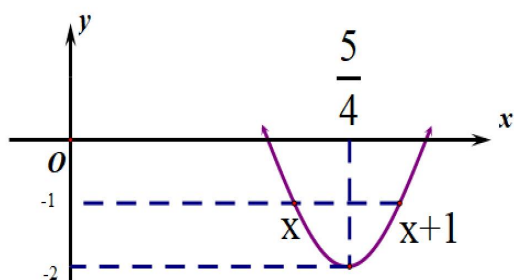
第一组：



第二组：



第三组：



图象说明：函数在 $x = \frac{5}{4}$ 时取得最小值-2，直线 $y = -1$ 与该函数图象交点的横坐标中，和 $\frac{5}{4}$ 最接近的两个值是 x 和 $x+1$ 。

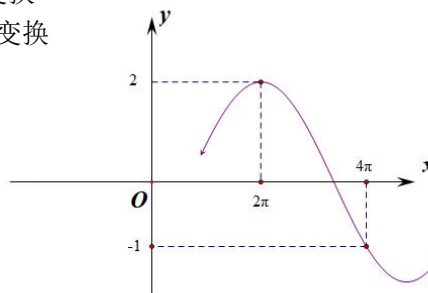
四 回顾与展望

五 练习与挑战

1 求出函数 $y = \sin x \cos(x + \frac{\pi}{6})$ 的值域、周期、增区间及对称中心的坐标。

2 (多选题) 从函数 $y = \sin x$ 的图象到 $y = -\cos x$ 的图象, 可以由 () 而得到。

- A. 一次平移变换 B. 一次平移变换和一次伸缩变换
C. 一次对称变换 D. 一次对称变换和一次伸缩变换



3 函数 $y = A \sin(\omega x + \varphi) (A > 0, \omega > 0)$ 的图象如图, 是写出它的一个表达式。

4 已知函数 $f(x) = \sin x + \cos x, x \in [0, \frac{9\pi}{4}]$, 若关于 x 的方程 $f(x) = a$ 有三个互不相等的实数根 x_1, x_2, x_3 , 则 $x_1 + x_2 + x_3$ 的取值范围是_____。

5 函数 $y = x + \sin x$ 的图象是否有对称中心? 如果有, 写出全部对称中心的坐标 (直接写结果, 不要求说明理由)。

6 你认为函数 $y = \sin x$ 与 $y = \tan x$ 的图象在 $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$ 上有多少个公共点? 请给出严格的证明。