

理念

数学联结力：内涵、价值与测评例举

□ 葛素儿

(浙江省杭州市富阳区教育发展研究中心)

数学是一门有结构的学科,学习是一种联结,数学教学需要发挥结构的力量,因此培养学生的联结力显得至关重要。知识、思维和方法是学习网络图中的结点,数学联结力是指将不同数学知识、思维、方法联结起来形成的学习能力。本文从数学联结力的内涵、价值出发,对其进行阐释,并尝试初步构建数学联结力的测评工具。

一、数学联结力的内涵与特征

联结是认知心理学中的概念。进入21世纪以来,联结作为一种能力,在教育领域逐渐被关注。

(一) 何谓数学联结力

2000年4月,美国数学教师协会在其颁布的《学校数学的原则与标准》中提出6项数学能力:数学联结能力、数学运算能力、问题解决能力、逻辑推理能力、数学交流能力和数学表达能力。该标准对数学联结能力的内涵作了如下解读:从学前到12年级的教学大纲,应该使所有学生能够认识并运用各种数学思想方法之间的联系,理解数学思想方法是如何相互联系并相互依赖以形成一个和谐的整体。

学习是一种联结。学生的知识、思维与方法的纵向联结如同科学结构的演进,相当于一个从知识的笼统综合到思维分化再到方法整合的过程。知识、思维和方法是学习网络图中的结点(图1)。其中,知识联结是静态储蓄型结点,指向数学概念、定理等知识的联结;思维联结是动态转换型结点,指向多元表征解决问题

题等;方法联结是自我更新型结点,指向数学思想方法、学习方法等。



图1 学习网络图中的结点

联结既是一种学习方式,也是一种学习能力。笔者认为,数学联结力主要是指学生在面对数学问题时,能自主地关联已有认知结构及与当前问题相关的经验(包括知识联结、思维联结和方法联结),结合多元表征等手段进行提取与分析,寻求解决问题的最佳方案,并能主动应用与迁移到新的问题情境的结构化学习能力。

在动态形成过程中,数学联结力主要表现为“关联→表征→迁移”三个层级(图2),从“结构”的视角提炼数学联结力的三层级模型,便于教师对其内涵与培养路径形成更为清晰的理解。

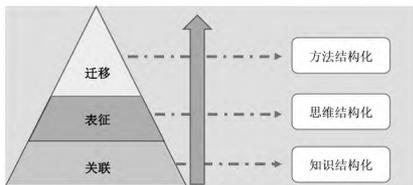


图2 数学联结力的三层级模型

知识网络的形成过程是知识点串联的迭代过程,知识结构化能力表现为提取、关联与当前数学问题相关的静态知识结构的联结能力,关联是其核心要素。例如,在解决“建一个周长为36米的鱼塘,怎样建面积最大”这一生活化问题中,

学生需要主动关联“周长一定,长与宽越接近,面积越大”这一规律,这是数学联结的第一步。

学习是基于已有认知结构主动建构知识的过程,思维结构化能力表现为在寻求解决问题最佳方案的过程中提取与转换动态思维结构的联结能力,表征是其核心要素。例如,在解决“鱼塘怎样建面积最大”的问题时,学生完成知识提取与关联之后,采用假设、画图、计算等方式解决问题,这是数学联结的关键环节。

学习是发现与提出问题、分析与解决问题的方法和方法的建构过程,方法结构化能力表现为面对新的问题情境时提取与应用方法结构的联结能力,迁移是其核心要素。例如,学生能将解决二维图形中“面积最大”问题的知识、思想与方法经验迁移到三维图形中“体积最大”的问题解决中,这是数学联结力的最高层级。

(二) 数学联结力的特征

概括地说,数学联结力具有以下三个特征。

1. 整体连通性 在学习过程中,既有静态储蓄型的知识联结,也有动态转换型的思维联结,更有自我更新型的方法联结,具有整体连通性。例如,“度量”教学的核心是引导学生经历“定标准、去测量、得结果”的度量过程,寻找一维图形、二维图形和三维图形度量的相同点,体会“赋形以数”的度量本质。这一过程既是学生经历知识、思维与方法联结的结构化过程,也是学生对度量知识整体建构的过程。

2. 有序发展性 在学习过程中建立不同结点之间的联结,表现为从单一的线性学习向网状的结构化学习转变,这是重建学生数学学习内在秩序的过程。打通学习结点之间通道的联结,就像是一个“闯关”的循序渐进的过程,需要以一定的经验作支撑,不同的阶段有不同的能力表现,因此数学联结力具有螺旋上升的有序发展性。

3. 自主能动性 建立联结的过程是学生

基于已有认知结构的主动建构过程,自身的知识、经验以及好奇心、求知欲、好胜心等起着决定性作用,因此数学联结力具有自主能动性,不同的学习主体表现出不同的数学联结力水平。从这个意义上讲,创设能激发学生主动联结的学习情境是培养数学联结力的重要策略。

二、培养数学联结力的价值取向

学生的数学学习过程是一个纵向构建、横向贯通、多元实践的联结过程,数学联结力的培养应是数学教学至关重要的一个关注点。

(一) 重建学习秩序,从散点样态到网状样态

学习是一个动态的过程,是联结知识结点和信息资源的过程。不同的联结样态体现着不同的学习秩序。从知识结点分布情况看,一般有认知点、认知箱、认知树和认知网等四种样态(图3)。认知点呈“散装”的散点样态,认知箱呈“块状”的散点样态,这两种认知形态反映了学习的无序性和非结构性。认知树呈“树状”的结构样态,认知网则呈“串点成线,织线成网”的“网状”结构样态。

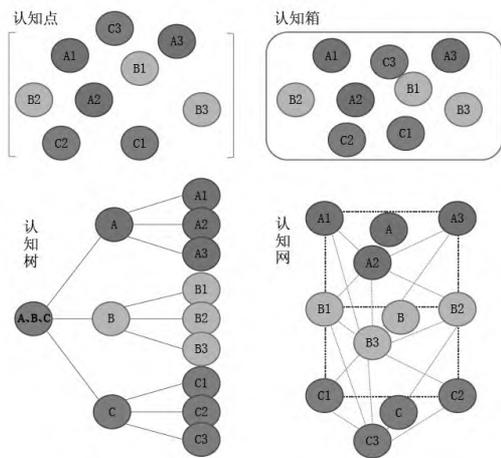


图3 知识结点的四种联结样态

以“角的度量”教学为例,我们不能简单地将其定位为技能教学,不应停留在认识量角

器、会量角、会画角的层面,而是要把教学看作帮助学生进一步体会度量本质的新契机,对不同属性的度量进行一次新的联结。从度量体系看,角的度量与长度、面积等的度量本质是相通的(表1),教学中可进行两次联结:一是联结度量工具,还原量角器的生成过程,突出 1° 角的认识,在与长度测量工具(尺)的对比中明确建立度量单位的重要性;二是联结度量方法,比较长度度量和角度量的异同,体会“小单位叠加”的度量过程。这样的联结过程可以改变基于一个知识点的线性学习方式,在立足整体的基础上,实现从“单一割裂的点状学习”向“整体建构的结构化学习”的转变。

表1 不同属性度量的对比

度量对象	度量工具	共性特征
长度	尺	①度量单位:确定统一标准
面积	小正方形	
角	量角器(1° 角)	②测量方法:从0刻度起往后读数
体积	小正方体	
……	……	③本质:小单位叠加

(二) 变革学习方式,从能理解到会迁移

学习是一个内化的过程,数学联结力强的学生,其学习方式往往是主动的、优化的。知识联结的本质是思维联结,而思维联结力以多元表征方式来体现。在数学学习中,教师可以引导学生充分挖掘知识的核心元素,通过多元表征的思维联结方式对概念进行系统关联、转换与应用,在达成知识联结的同时实现思维联结。

以“表内乘法”单元教学为例,其关联、表征和迁移各层级的联结点如表2所示,其中表征是核心,具体表现为用情境、动作、图示、文字、符号等表征方式进行互译,理解乘法的意义,把握基本结构与关系,经历从能理解到会迁移的过程。

表2 “表内乘法”单元教学的联结点

联结维度	具体描述
关联	对乘法意义的多种表征方式进行联结,加深意义理解
	辨析、区分乘法和加法意义,并能够理解两者之间的关系
表征	能够通过观察、分析,探究乘法算式(乘法口诀)之间的关系,并运用多种表征方式(情境、动作、图示、文字、符号等)进行互译
迁移	理解乘法算式(乘法口诀)之间的关系,并能够灵活迁移应用到新的情境中解决问题

(三) 提供学习动力,从能整合到会应用

数学联结体现着知识与思维、思维与方法等学科内部的关联,也体现着数学与其他学科、数学与生活的联系。着力数学联结力的培养,让学生经历从能整合到会应用的联结过程,可以为其数学学习提供源源不断的动力。

例如,在立体图形的整理与复习中,让学生用长12厘米、宽6厘米的长方形创造不同的立体图形,计算它们的表面积和体积,并说一说自己的发现。这是一个具有结构性的问题情境,可以联结“围”“转”“移”等不同方法,辨析所创造立体图形的相同点与不同点,发现内在规律;可以挖掘一维图形的长度、二维图形的周长与面积、三维图形的表面积与体积之间的知识联结点、思维联结点与方法联结点,完善认知结构。这是一个将零散的知识进行整合并主动应用的联结过程。

综上,在数学学习中,教师引导学生将“点、线、面、体”的知识、思维和方法以整体关联的方式进行融通,让学生经历知识与知识、知识与思维、思维与方法、方法与知识的联结过程,在培养数学联结力的基础上促进核心素养的整体提升。

三、数学联结力测评工具的初步构建

“教—学—评”一致性是当前教学研究的
主导方向之一。数学联结力作为一种内在的
数学能力,可细化、可测量。数学联结力测评
可以使教学结构化的设计思路更到位,使推进
路径更清晰。

(一) 数学联结力测评量表的设计

数学联结力的形成是一个循序渐进、良性
循环的过程,每一个认知阶段会产生不同水平
层次的联结。结合数学联结力的三要素——
关联、表征、迁移,笔者初步确定了以下几个评
估方面。

1. 知识关联水平 主要关注知识网络中

的结构状态,测查知识点的呈现是否有序,知
识点的分布能否连成线、串成面、形成体,知
识点的调取是否自如,知识点的应用是否灵活。

2. 思维转化水平 主要测查学生的思维
状态是否呈结构化,学生能否借用多元表征的
方式进行有效思考、主动探索、审辨求通,其思
维是否处于积极的联结状态。

3. 变通迁移水平 主要测查学生数学学
习的方法有没有结构化,现有学习对后续学习
的影响,对所学知识与方法、所积累的经验
和策略的应用水平与迁移能力。

基于以上评估方面,笔者初步设计了知识
应用阶段数学联结力测评量表(表3)。

表3 知识应用阶段数学联结力测评量表

水平层次	评估要点	具体描述	表现图示
水平0 不会联结	无序、点状	无法获取有效信息,无法激活已有知识经验,无法应用所学的知识、经验、策略解决问题	
水平1 知识关联	筛选、线性	能结合学习问题有序罗列、关联、提取解决问题所需的知识,但只能简单套用已有知识、经验、策略解决问题,无法进行变式应用	
水平2 思维转化	解释、阐明	能表达问题中的显性信息以及相关的隐性信息,能较为自如地运用多元方式(情境、动作、图示、文字、符号)来解释、阐明有用信息之间的块状关系,能较为灵活地运用已有知识、经验、策略解决问题	
水平3 变通迁移	洞察、创造	能洞察信息之间的网状关系,能自觉地对已获取的知识、方法进行反思和总结,灵活应用到新问题的解决中,并形成新的方法与策略	

(二) 数学联结力测评工具的编制

数学联结力是一种具有结构性的能力,其
测评需要借助结构化习题来实现。这里的结
构化习题也可称之为表现性任务,习题本身需
要“大问题”情境作支撑,融合多元信息,可
以运用不同策略,便于监测学生头脑中认知结
构的数学联结力水平。试举一例。

问题情境:根据下图估一估,19个这样的
苹果大约重多少千克?

我估计19个这样的苹果大
约重()千克。

我是这样估计的:



301g

联结点分析:这一习题适配人教版《数学》
二年级下册,主要考查学生利用已学知识、方
法和策略解决问题的联结力水平。主要的联
结点为:(1)知识联结点,包括数的组成、近似



葛素儿,浙江省杭州市富阳区教育发展研究中心小学数学教研员。浙江省首批正高级教师,浙江省特级教师。致力于“基于图式的可视化学习”“指向联结力的结构化学习”等教学研究;主持的课题曾先后获多项省级奖项;出版《基于图式的分数基本性质教学研究》《多维学习的设计与实施》等著作,在专业期刊发表文章数十篇。

2023年第5期
总第403期
(月刊,每月1日出版)

主 编 王耀东
执行主编 蒋徐巍
特约副主编 陈洪杰
责任编辑 曲春蕊 李 达
潘迅馨 王雅凤
封面设计 陈 芸

国内统一连续出版物号 CN 31-1071/G4
国际标准连续出版物号 ISSN 1006-1606
国内邮发代号 4-312
国外发行代号 BM593

卷首 /

01 倒车的启示 黄城红

封面·人物 /

04 数学联结力测评工具:让教学更有价值
【理念】

05 数学联结力:内涵、价值与测评例举 葛素儿
【案例】

10 知识关联 思维转化 变通迁移
——“有余数除法”数学联结力测评与教学改进
傅鑫星

【案例】
14 有结构地教 有关联地学
——“多边形的面积”单元数学联结力测评与教学思辨
夏杭英

【案例】
18 活动整合设计 情境变式创新
——“运动中的图形周长与面积”数学联结力测评与分析
夏萍华

精品课堂 /

22 在数据汇总中发展不确定思维
——“简单的数据汇总”教学实录与反思
侍行行 谢永莱

27 追问本质 整体建构
——“乘法分配律”分什么,怎么配
周 涛

专栏 /

33 差异教学视域下的“课堂观察” 林 俊

教学随笔 /

39 旁人眼中的“生问课堂” 顾志能

教学探讨 /

41 基于内容本质的教学路径(四)
——以“认识万以内的数”为例 侯正海

46 厘清概念关联 追溯计算本源
——以六年级“数的运算”总复习教学为例
郭含姣 朱国平

51 在符号和活动的互译中建构概念
——以“分数的初步认识”为例谈符号化概念的教学策略
何晓红