

1.2 充要条件

中职数学拓展模块一上册



1.2充要条件

情境导入

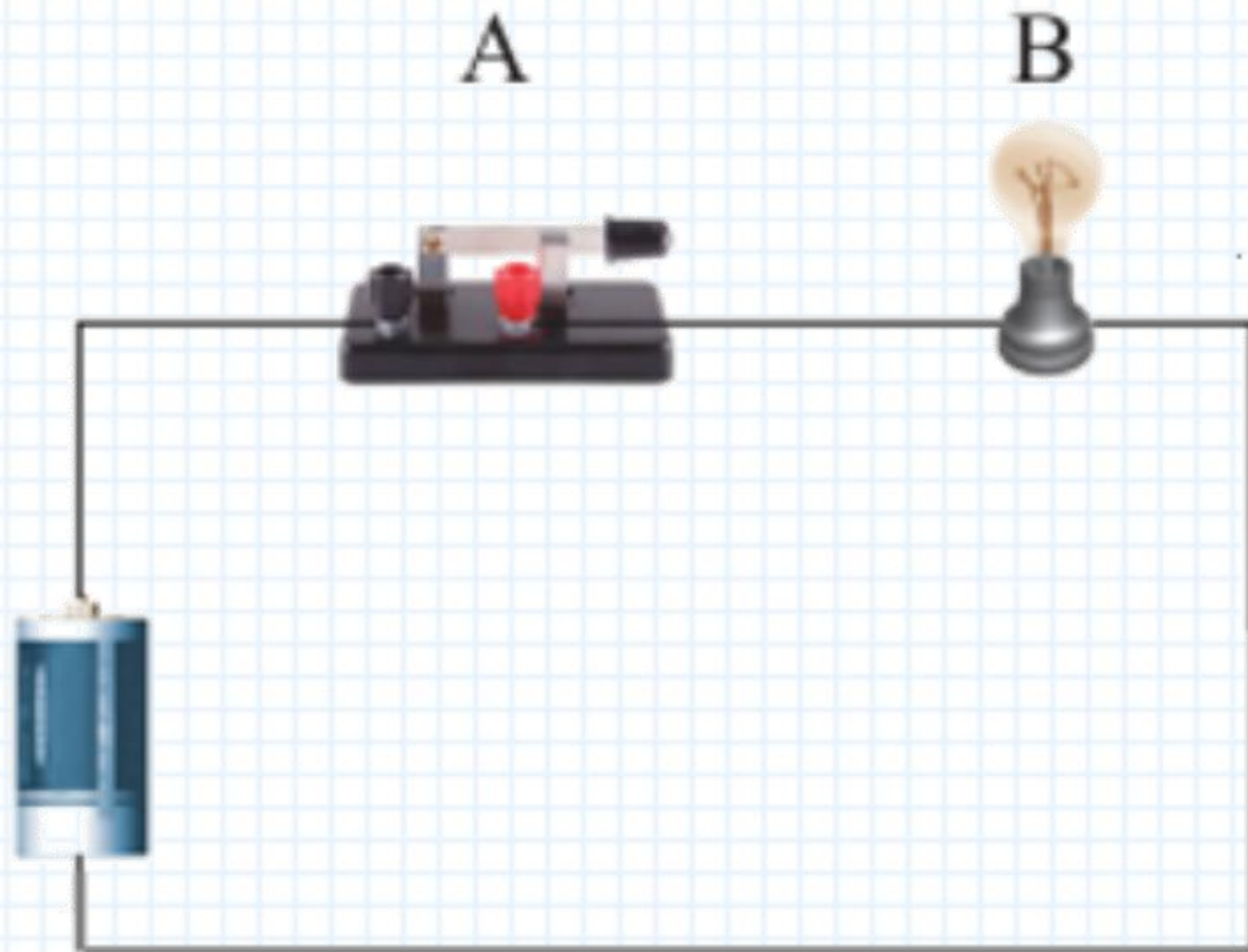
探索新知

典型例题

巩固练习

归纳总结

布置作业



问题：“开关A闭合”与“灯B亮”还有什么关系呢？

由于命题“如果开关A闭合，那么灯B亮”是真命题，它的逆命题“如果灯B亮，那么开关A闭合”也是真命题，所以“开关A闭合”既是“灯B亮”的充分条件，也是“灯B亮”的必要条件.

一般地, 若命题“如果 p , 那么 q ”是真命题, 其逆命题“如果 q , 那么 p ”也是真命题, 即 $p \Rightarrow q$ 且 $p \Leftarrow q$, 则称 p 是 q 的**充分且必要条件**, 简称**充要条件**.

有时也称 p 与 q 等价, 记为 $p \Leftrightarrow q$.

“情境与问题”中“开关A闭合”是“灯B亮”的充要条件.

例1 指出下列命题的条件 p 和结论 q ，并判断 p 是否为 q 的充要条件.

(1) 如果 $x=2$, 那么 $x^2=4$;

(2) 如果 $a>b$, 那么 $2^a>2^b$.

解 (1) 原命题是真命题，逆命题为假命题。

所以 $x=2$ 不是 $x^2=4$ 的充要条件;

(2) 原命题是真命题，逆命题也为真命题。

所以 $a>b$ 是 $2^a>2^b$ 的充要条件;

例2 下列命题中的条件 p 是结论 q 的什么条件？

- (1) 如果 $x^2 - 3x + 2 = 0$, 那么 $x = 1$;
- (2) 如果 x 是有理数, 那么 x 是实数;
- (3) 如果圆心到直线的距离等于圆的半径, 那么直线与圆相切.
- (4) 如果 $\alpha > \beta$, 那么 $\sin \alpha > \sin \beta$.

解 (1) 原命题是假命题, 逆命题为真命题。

所以 p 是 q 的必要条件, 但不是充分条件 (**必要不充分条件**);

(2) 原命题是真命题, 逆命题为假命题。

所以 p 是 q 的充分条件, 但不是必要条件 (**充分不必要条件**);

例2 下列命题中的条件 p 是结论 q 的什么条件？

- (1) 如果 $x^2 - 3x + 2 = 0$, 那么 $x = 1$;
- (2) 如果 x 是有理数, 那么 x 是实数;
- (3) 如果圆心到直线的距离等于圆的半径, 那么直线与圆相切.
- (4) 如果 $\alpha > \beta$, 那么 $\sin \alpha > \sin \beta$.

解 (3) 原命题是真命题, 逆命题也为真命题。

所以 p 是 q 的充要条件;

(4) 原命题是假命题, 逆命题也为假命题。

所以 p 不是 q 的充分条件, 也不是必要条件 (既不充分也不必要条件);

1.2充要条件

情境导入

探索新知

典型例题

巩固练习

归纳总结

布置作业

练习

1. 设 $x \in R$, 则 " $|x - 1| < 1$ " 是 " $x^2 < 2x$ " 的 充要 条件

2. 设 $a, b \in R$, 则 " $a > b$ " 是 " $a^3 < b^3$ " 的 充要 条件

3. " $a + 5$ " 是无理数是 " a 是无理数" 的 充要 条件

4. $a > b$ 的一个充要条件是 (**D**)

A. $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$

B. $ac^2 > bc^2$

C. $\log_2 a > \log_2 b$

D. $1.7^a > 1.7^b$

5. 设 $x \in R$, 则 " $|x - 1| < 1$ " 是 " $x^2 < 2x$ " 的 充要 条件



练习

5. 下列四个结论中，正确的是 ①③.

① “ $x \neq 0$ ”是“ $x + |x| > 0$ ”的必要不充分条件；

② 已知 $a, b \in R$ ，则“ $|a + b| = |a| + |b|$ ”的充要条件是 $ab > 0$ ；

③ “ $a \neq 0, \Delta = b^2 - 4ac < 0$ ”是“一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 无实数根”的充要条件；

④ “ $x \neq 1$ ”是“ $x^2 \neq 1$ ”的充分不必要条件.



小 结

充要条件

充分但不必要条件 (充分不必要条件)

$$p \Rightarrow q, q \nRightarrow p$$

必要但不充分条件 (必要不充分条件)

$$p \nRightarrow q, q \Rightarrow p$$

充分且必要条件 (充要条件)

$$p \Leftrightarrow q$$

既不充分也不必要条件

$$p \nRightarrow q, q \nRightarrow p$$



作业

- 1.书面作业：完成教材第7、8页练习1.2、习题1.2；
- 2.查漏补缺：根据个人情况对课堂学习复习与回顾；
- 3.拓展作业：阅读教材扩展延伸内容.



本节课堂结束

