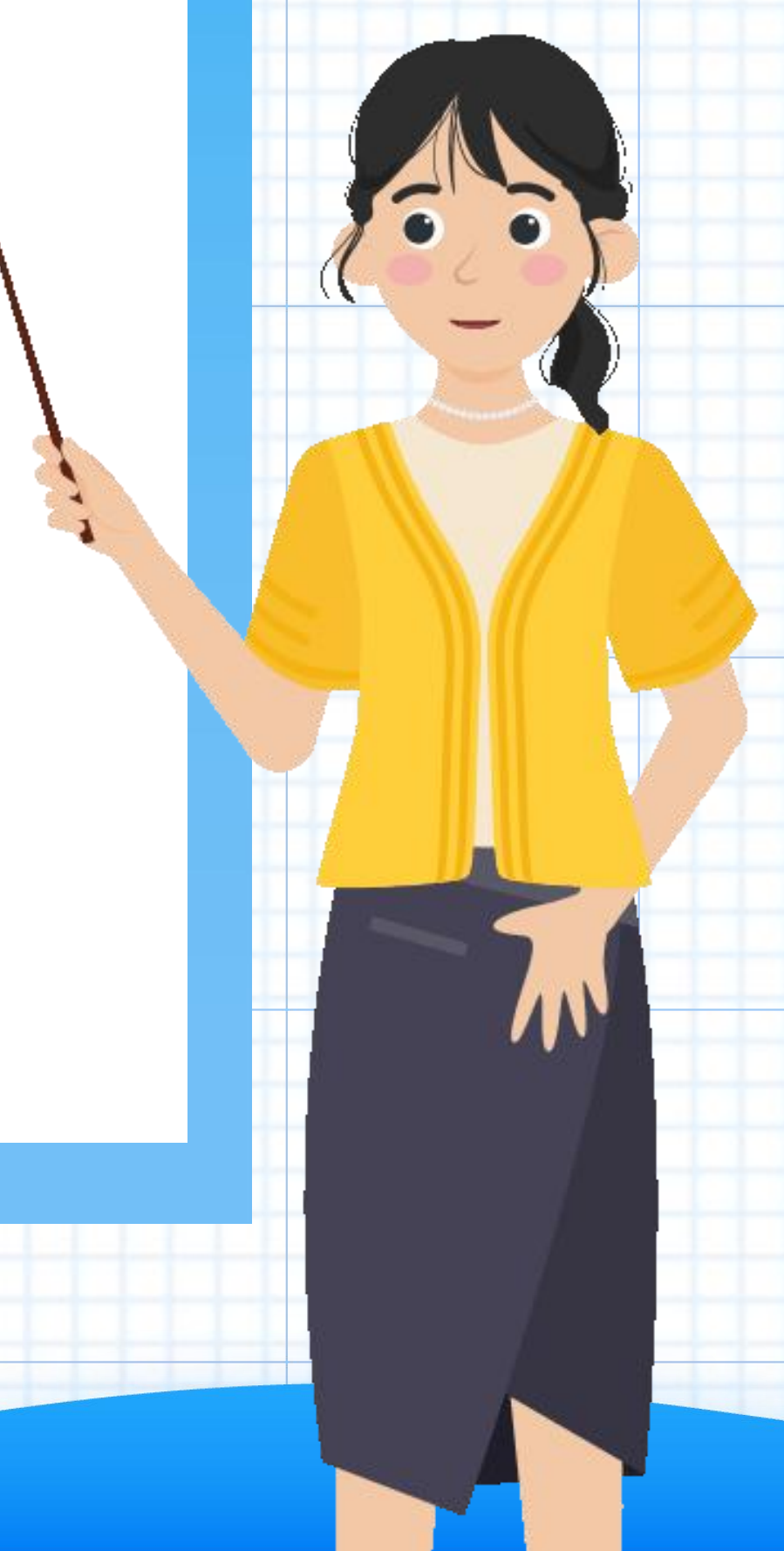


7.1 数列的概念

中职数学拓展模块一下册





1978 年底，中国共产党召开了具有转折意义的十一届三中全会，吹响了改革开放的号角. 至今，改革开放40多年，中国成功走完了西方发达国家几百年才完成的工业化道路，经济持续快速增长，综合国力位于世界前列，人民生活水平不断提高. 2020年2月，国家统计局在其官网给出了2015—2019 年国内生产总值及其增长速度统计图.从这张统计图中你能获得哪些数据信息？



根据图中的数据，把这五年的国内生产总值依次排成一列

688858, 746395, 832036, 919281, 990865; (1)

相应的年份可以排成一列

2015, 2016, 2017, 2018, 2019; (2)

每一年的增长率也可以排成一列

7.0%, 6.8%, 6.9%, 6.7%, 6.1%; (3)

像(1)(2)(3)这样按照一定次序排成的一列数称为**数列**. 数列中的每一个数为这个**数列的项**.

7.1 数列的概念

情境导入

探索新知

典型例题

巩固练习

归纳总结

布置作业

数列的一般形式为 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$, 简记作 $\{a_n\}$.

其中, a_1 称为数列的**首项**, a_n 称为数列的第 n 项, n 称为项数.

例如, 某种细菌每经过时间 t 分裂一次, 每次分裂都是1个细菌分裂成2个. 这样, 每次分裂之后的细菌总数可以构成一个数列

$$2, 4, 8, 16, 32, \dots, \quad (4)$$

其中 $a_1=2, a_2=4, a_3=8, \dots$.

无穷多个3排成的 数列

$$3, 3, 3, 3, 3, \dots \quad (5)$$

其中 $a_1=3, a_2=3, a_3=3, \dots$.

数列分类

项数有限的数列称为**有穷数列**，项数无限的数列称为**无穷数列**。

例如，数列(1)、(2)、(3)是有穷数列，数列(4)、(5)是无穷数列。像数列(5)这样所有项均为同一个数的数列叫做**常数数列**。



数列(5)的第 n 项可以表示为：数列(4)和数列(2)的第 n 项如何表示呢？

通项公式

分析发现, 数列(4)的每一项都可以写成以2为底的指数幂, 其第1项 $a_1 = 2^1$, 第2项 $a_2 = 2^2$, ..., 第 n 项为 $a_n = 2^n$.

同样, 数列(2)也有一定的规律, 其第1项为 $a_1 = 2014+1$, 第2项 $a_2 = 2014+2$, ..., 第 n 项.

一般地, 当一个数列的第 n 项 a_n 与项数 n 之间的关系可以用一个式子来表示时, 这个式子就称为这个数列的**通项公式**.

不是所有的数列都有通项公式.如数列(1)、(2)、(3)就没有通项公式.

例如, 数列(2)的通项公式是 $a_n = 2014+n$; 数列(4)的通项公式是 $a_n = 2^n$.

例1 根据通项公式，写出下列数列 $\{a_n\}$ 的前5项

$$(1) a_n = \frac{1}{n+1}; \quad (2) a_n = (-1)^{n+1}.$$

解 (1) 在通项公式中依次取 $n=1, 2, 3, 4, 5$ ，得到数列的前5项，分别为

$$a_1 = \frac{1}{1+1} = \frac{1}{2}, a_2 = \frac{1}{2+1} = \frac{1}{3}, a_3 = \frac{1}{3+1} = \frac{1}{4}, a_4 = \frac{1}{4+1} = \frac{1}{5},$$

$$a_5 = \frac{1}{5+1} = \frac{1}{6}.$$

例1 根据通项公式, 写出下列数列 $\{a_n\}$ 的前5项

$$(1) a_n = \frac{1}{n+1}; \quad (2) a_n = (-1)^{n+1}.$$

解 (2) 在通项公式中依次取 $n=1, 2, 3, 4, 5$, 得到数列的前5项, 分别为

$$a_1 = (-1)^{1+1} = (-1)^2 = 1, \quad a_2 = (-1)^{2+1} = (-1)^3 = -1,$$

$$a_3 = (-1)^{3+1} = (-1)^4 = 1, \quad a_4 = (-1)^{4+1} = (-1)^5 = -1,$$

$$a_5 = (-1)^{5+1} = (-1)^6 = 1.$$

例2 写出数列 $\{a_n\}$ 的一个通项公式, 使它的前4项分别是下列各数.

(1) 2, 4, 6, 8;

(2) $\frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}$;

(3) $-\frac{1}{1 \times 2}, \frac{1}{2 \times 3}, -\frac{1}{3 \times 4}, \frac{1}{4 \times 5}$;

解 (1) 因为数列的前4项2, 4, 6, 8都等于相应项数的2倍,
所以它的一个通项公式是

$$a_n = 2n;$$

例2 写出数列 $\{a_n\}$ 的一个通项公式,使它的前4项分别是下列各数.

(1) 2, 4, 6, 8;

(2) $\frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}$;

(3) $-\frac{1}{1 \times 2}, \frac{1}{2 \times 3}, -\frac{1}{3 \times 4}, \frac{1}{4 \times 5}$;

解 (2) 因为数列前4项的分母都等于相应的项数的2倍加1,所以它的一个通项公式是

$$a_n = \frac{1}{2n+1};$$

例2 写出数列 $\{a_n\}$ 的一个通项公式,使它的前4项分别是下列各数.

(1) 2, 4, 6, 8;

(2) $\frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}$;

(3) $-\frac{1}{1 \times 2}, \frac{1}{2 \times 3}, -\frac{1}{3 \times 4}, \frac{1}{4 \times 5}$;

解 (3) 因为数列前4项的绝对值的分母都等于相应的项数乘以该项数加1,且奇数项为负,偶数项为正,所以它的一个通项公式是

$$a_n = (-1)^n \frac{1}{n(n+1)}.$$

例2 求满足下列条件的实数 a 和 b .

$$(1) (a+2b)-i=6a+(a-b)i; \quad (2) (a+b+1)+(a-b+2)i=0.$$

解 (2) 根据复数相等的定义, 可得方程组

$$\begin{cases} a+b+1=0, \\ a-b+2=0. \end{cases}$$

$$\text{解得 } a = \begin{cases} -\frac{3}{2}, \\ b = \frac{1}{2} \end{cases}.$$

例3 设数列 $\{a_n\}$ 的通项公式是 $a_n=3n+1$ ，问13是否为该数列的项？若是，它数列的是第几项？

解 设13是数列 $\{a_n\}$ 的第 n 项，将13代入数列的通项公式 $a_n=3n+1$ 中，得 $13=3n+1$ ，解得 $n=4$. 因此，13是数列 $\{a_n\}$ 中的项，并且它是数列的第4项.

例4 已知数列 $\{a_n\}$ 的首项 $a_1=3$, $n \geq 2$ 时, $a_n = a_{n-1} + 2$, 试写出这个数列的前5项.

解 由题意可知, $a_1 = 3, a_n = a_{n-1} + 2 (n \geq 2, n \in \mathbf{N}^*)$.

当 $n = 2$ 时, $a_2 = a_1 + 2 = 3 + 2 = 5$;

当 $n = 3$ 时, $a_3 = a_2 + 2 = 5 + 2 = 7$;

当 $n = 4$ 时, $a_4 = a_3 + 2 = 7 + 2 = 9$;

当 $n = 5$ 时, $a_5 = a_4 + 2 = 9 + 2 = 11$.

想一想, 这个数列相邻两项的差有什么特点?

若数列有通项公式, 则可以利用这个通项公式求出数列的各项. 对于有些没有通项公式的数列, 有时可以借助数列中相邻项的关系来确定数列的各项.

7.1 数列的概念

情境导入

探索新知

典型例题

巩固练习

归纳总结

布置作业

练习

1. 判断下列命题是否正确.

(1) 数列 3, 2, 1 与数列 1, 2, 3 是相同的数列; (×)

(2) 数列 1, 3, 5 与数列 1, 3, 5, ... 是相同的数列. (×)

2. 填空题.

(1) 数列 $10^1, 10^2, 10^3, \underline{10^4}, 10^5, \dots$ 的一个通项公式 $a_n = \underline{10^n}$.

(2) 数列 $1, 4, 9, \underline{16}, 25, 36, \dots$ 的一个通项公式 $a_n = \underline{n^2}$.



练习

3. 根据下列通项公式, 写出数列的前 5 项.

(1) $a_n = n$; (2) $a_n = n(n+1)$.

4. 设数列的一个通项公式是 $a_n = 2n - 3$, 试写出这个数列的前 5 项, 并求出其相邻两项中后一项与前一项的差.

3. (1) $a_1 = 1, a_2 = 2, a_3 = 3, a_4 = 4, a_5 = 5$

(2) $a_1 = 2, a_2 = 6, a_3 = 12, a_4 = 20, a_5 = 30$

4. 当 $n = 1$ 时, $a_1 = 2 \times 1 - 3 = -1$; 当 $n = 2$ 时, $a_2 = 2 \times 2 - 3 = 1$

当 $n = 3$ 时, $a_3 = 2 \times 3 - 3 = 3$, 当 $n = 4$ 时, $a_4 = 2 \times 4 - 3 = 5$

当 $n = 5$ 时, $a_5 = 2 \times 5 - 3 = 7$, 其中相邻两项中后一项与前一项的差为 2

练习

3. 求满足下列条件的实数 x 和 y .

(1) $(3x-2y)-(x+2y)i=3-6i$;

(2) $(2x+1)+(y-1)i=0$.

(1) $x = \frac{9}{4}, y = \frac{15}{8}$

(2) $x = -\frac{1}{2}, y = 1$



小 结

数列的概念

数列的定义

数列的项、有穷数列、
无穷数列、常数列

数列的通项公式



作业

- 1.书面作业：完成教材第56页习题7.1；
- 2.查漏补缺：根据个人情况对课堂学习复习与回顾；
- 3.拓展作业：阅读教材扩展延伸内容.



本节课堂结束

