

微课题研学催生灵动高效的数学课堂

随着新课程改革的深入，研究性学习成为中小学课程改革的热点话题，亦成为学校探寻素质教育的一条行之有效的途径。如何在数学课堂教学中有效开展研究性学习，以实现课堂教学的灵动高效呢？笔者结合自己的教学实践，探索出以催生灵动高效课堂为目标，发展学生思维能力为核心，培养学生终身学习、研究能力和团队精神为抓手的教学模式——微课题研学模式。

一、微课题研学模式的主要内涵

数学新课标教材意在通过问题情境，让学生体验数学、感知数学、建立数学、运用和理解数学，通过设置“思考·运用”、“探究·拓展”、“实习·作业”等板块，呈现出以教材核心内容为课题进行拓展研究的基本框架。

微课题研学就是将教材中蕴含的拓展性资源升格为可以在课堂上进行研究的“微课题”。在教师的指导下，学生综合运用自己已有的知识和经验，以研究的方式对“微课题”开展研学，通过自主探究、合作交流，在研究中学习，在学习中研究，使学生通过有益的探索，在获取知识的同时拥有智慧。对“微课题”的研学是学生经历活动或探究过程，在活动和探究中感受和体验数学，从而发现问题、提出问题、思考问题、解决问题。因此，微课题研学本质上是通过开展解决问题和拓展问题的活动达到发展学生数学思维的目的。

微课题研学模式有其独特的教学价值，它注重学生的独立思考、合作交流、自我评价，在学习和研究的过程中，学生可以发现自己的不足，并通过查阅资料、互动交流等多种途径加以弥补，无疑是高效学习的最有力的保证；微课题研学课堂上，在教师不断深入的引导和激励下，灵动的思维活动迅速由表层数学知识转向数学思想方法的形成过程，学生的数学思维与素养得以有效提升；合作学习是贯穿微课题研学学习过程始终的基本组织形式，这给学生提供了更多的锻炼机会，增进了小组成员之间的相互理解，使学生的团队合作与交往能力得到有效发展。

二、微课题研学模式的操作要领

微课题研学模式，即在教师创设的“微研究”环境下，学生展开“微课题”研究，积累解决问题的外显操作经验和内隐数学思维活动经验，从合作互动中亲身体会寻找解决问题的方法，从而实现知识的有效内化和思维能力的有效提升。基于上述观点，微课题研学模式的操作要领有以下三点：

1. “微研究”时机的选择和环境的创设是前提

微课题研学能体现数学知识内部或与生活经验之间的密切联系，使学生有机会经历和体验数学知识的产生、形成过程，能激发学生探究意识和深入挖掘其中内在联系或蕴含数学思想的愿望。在课堂教学中，教师通过条件变换、引申推广、引入开放题等方式挖掘教材的“微研究”学习因素，创设合适的“微研究”环境，注重知识背景的揭示，通过归纳、实验、介绍数学史等方法展示知识探索过程。

教学案例 1：椭圆第二定义研学

教材（苏教版选修2第149页）中先利用几何画板猜测出椭圆第二定义的形式，并以例题的形式给出椭圆的第二定义. 虽然本题的求解过程并不难，但需要让学生进一步思考：为什么能用这种方法给椭圆下定义？即该定义与原先的定义是否一致？在引出椭圆第二定义“平面上到一个定点和一条定直线的距离之比为常数的点的轨迹叫椭圆”之后，教师设置了下列微课题：前面我们学过椭圆的定义，而现在定义的椭圆与前面所学的椭圆定义的表达方式不一致，它们之间有没有某种内在联系？如果有，你能找出这种内在联系吗？

在这个教学环节中，教师适时抓住时机，完整阐明概念的同化过程，突出思想方法的渗透，起到温故知新、承上启下的概括总结与导向激励作用. 同时，既体现了教师的主导作用，又切实保障了学生的主体地位.

2. 学生主体参与和过程的体验是关键

“微研究”课题呈现整个“具体而微”的研究过程，既要使学生经历数学探究的全过程，又要体现研究问题的一般思维过程. 因此，设置“微课题”要突出其思维价值，所探究的课题要能引起学生认知上的冲突，促使学生积极思考. 同时，教师设置的“微课题”的思维容量应有个“度”，要充分考虑到学生的认知水平和能力水平，能够激发学生主动、积极地参与实践.

教学案例 2：函数 $y=ax+\frac{b}{x}$

（ $ab \neq 0$ ）图象（示意图）的绘制

函数 $y=ax+\frac{b}{x}$ （ $ab \neq 0$ ）是高中阶段一个非常重要的函数，熟练掌握其图象有助于解决许多相关的问题. 笔者在教学中将其设计成微课题：利用学生学过的函数性质研究函数图象（示意图）的绘制.

由于学生此前未曾见过此类函数图象，教材上亦没有现成的图象，自然是“逼”着学生去尝试自己画图. 由于题中含有参数 a 、 b ，因此问题较为复

杂. 笔者便引导学生尝试从最简单的情形： $a=b=1$ 开始，即画出函数 $y=x+\frac{1}{x}$ 的图象.

有学生尝试将 $y = x$ 和 $y = \frac{1}{x}$ 的图象“叠加”，发现操作起来并非想象的那么方便；更多的学生利用描点法作图。描点过少，图形不准确；描点过多，费时费力。此时，笔者进一步提示：能否从函数式分析其蕴含的性质，借助性质画图呢？学生们研究发现：函数定义域为 $(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$ ，是奇函数，其图象关于原点对称，因此只需研究 $x \in (0, +\infty)$ 上的图象即可。注意到 $x \in (0, +\infty)$ 时， $x + \frac{1}{x} > x$ ，因此函数 $y = x + \frac{1}{x}$ 的图象必在 $y = x$ 图象的上方。当 $x \rightarrow +\infty$ 时 $x + \frac{1}{x} \rightarrow x$ ，因此 $y = x$ 是函数 $y = x + \frac{1}{x}$ 的一条渐近线，同理， y 轴也是函数 $y = x + \frac{1}{x}$ 的渐近线。再利用 $x \in (0, +\infty)$ 时 $x + \frac{1}{x} \geq 2$ 知 $x = 1$ 时 $(x + \frac{1}{x})_{\min} = 2$ 。借助上述性质，学生画出了函数的示意图(图1)。首战告捷！接着，笔者引导学生研究函数 $y = x - \frac{1}{x}$ 的图象绘制(见图2)。笔者进一步引导学生，推广到函数 $y = ax + \frac{b}{x}$ ($ab \neq 0$)，从哪些方面研究性质将有助于图象绘制？学生们类比发现：①该函数为奇函数；②有两条渐近线： y 轴和直线 $y = ax$ ；③ $ab > 0$ 时，由 $|ax + \frac{b}{x}| = |ax| + |\frac{b}{x}| \geq 2\sqrt{ab}$ 可找到函数的极值点； $ab < 0$ 时，由 $ax + \frac{b}{x} = 0$ 得 $x = \pm \sqrt{-\frac{b}{a}}$ ，知函数 $y = ax + \frac{b}{x}$ ($ab < 0$) 与 x 轴有交点 $(\pm \sqrt{-\frac{b}{a}}, 0)$ ，从而画出图象(图略)。

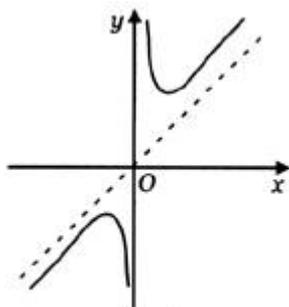


图1 $y=x+\frac{1}{x}$ 的图象

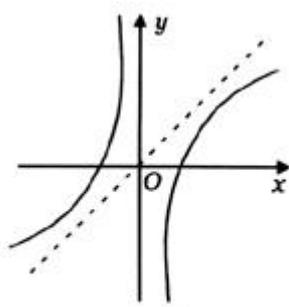


图2 $y=x-\frac{1}{x}$ 的图象

案例2中,学生通过自我探究和互动合作,不仅亲身体会到研究的艰辛和乐趣,享受到成功的喜悦,更重要的是,他们从中学到了开展科学研究的一般方法.

3. 学生思维能力和数学素养的提升是核心

在微课题研学模式中,教师根据教学目标和教学要求设计微研究课题,提供研究方向,然后由学生根据课题,在教师的适时引导下,通过独立探究与互动合作,讨论、解决问题,在掌握基础知识的基础上发展高层次的思维技能,提升数学素养.

教学案例3:借助定积分概念证明不等式

问题:证明 $1 + \frac{1}{2^3} + \frac{1}{3^3} + \frac{1}{4^3} + \cdots + \frac{1}{n^3} < \frac{3}{2}$

($n \in \mathbf{N}^*$).

教师引导学生研究:不等式的左边是一个和的表达式,它与用定义法求定积分“分割—以直代曲—求和—逼近”的程式中的第三步相一致;对“和式”逼近的结果是常数,亦与右边相一致,于是猜测该命题与定积分间有着某种必然联系.记 $f(x) = x^{-3}$,画出对应函数(x)的图象(见图3).学生观察函数 $f(x)$ 的图象后发现,在区间 $[i, i+1]$ (i 为正整数)上的曲边梯形的面积大于以 $f(i+1)$ 为一边长,1为另一边长的矩形面积,即 $\int_i^{i+1} x^{-3} dx = -\frac{1}{2}x^{-2} \Big|_i^{i+1} = -\frac{1}{2} \times \left[\frac{1}{(i+1)^2} - \frac{1}{i^2} \right] = \frac{1}{2} \times \left[\frac{1}{i^2} - \frac{1}{(i+1)^2} \right] > \frac{1}{(i+1)^3}$,从而获得放缩所需不等式 $\frac{1}{(i+1)^3} < \frac{1}{2} \times \left[\frac{1}{i^2} - \frac{1}{(i+1)^2} \right]$.

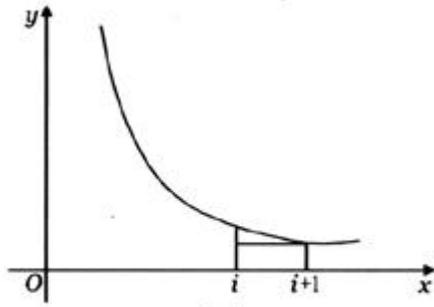


图3

1

通过上述分析，学生们总结出基本思路：先作出 $f(k) = a_k$ 对应函数 $f(x)$ 的图象，利用曲边梯形面积和相应矩形面积之间的不等关系找出放缩法所需的辅助不等式. 先证明该辅助不等式，然后将辅助不等式依次赋值并累加，如同“裂项求和”一般得到所证不等式.

在微课题研学课堂上，学生的自主探究、整理完善是唤起对知识的回忆，查漏补缺和灵活运用过程；小组的成果交流是学生思维的碰撞，是倡优去劣、相互认同的过程；学生的学习是由教师引导、激活，是智能提升、有效迁移的过程. 微课题研学倡导在学习过程中，让学生有时间真正地自己思考，强调的不仅是知识的领会，更重要的是学习方法的掌握. 自主研究要有所感悟，要养成严谨科学的学习态度，形成条理清晰的处事方法以及团队协作精神，真正提升学生的思维能力和数学素养.