

让学生在数学“美”中乐学

——《圆的方程》教学设计与感悟

宜兴高等职业技术学校 郭群

摘 要：在中职数学教学中，践行中职课程改革新理念，以数学美为主线，充分利用信息技术来实施圆的方程的创新教学，是一次成功的尝试。本文从教材和学情分析、教学设计摘录、教学反思三方面来阐述本课的教学设计。结合陶行知的生活教育理论，在课堂设计中，从学生的生活背景和已有生活体验出发，创造性地组织教学，在活动中培养学生感受、鉴别、欣赏数学美和创造数学美的意识和能力，“寓教于美”，“寓教于乐”，变“苦学”为“乐学”。

关键词：圆的方程 数学美 中职数学

当你徜徉在音乐的殿堂，聆听那优美动听的乐曲时，你会体会到音乐带给你的“美”的享受；当你漫步在文学的天地，欣赏着那“惊天地，泣鬼神”的绝妙语句，一定能够领悟文学带给你的“美”……其实，“哪里有数学，哪里就有美”，这是古代哲学家对数学美的一个高度评价。美学家李泽厚说：“美感是尚待发现和解答的某种未知的数学方程式。”数学中同样存在着能够启迪智慧，陶冶情操的“美”。它不像艺术美那么外显，数学美的信息是隐藏在数学知识、数学方法、数学语言之中的，是隐形的。在数学教学活动中，要求教师潜心研究、精心设计，以审美价值的独特方式方法，创造性地组织教学，在师生活动中培养学生感受、鉴别、欣赏数学美和创造数学美的意识和能力，“寓教于美”，“寓教于乐”，变“苦学”为“乐学”。

在圆的方程这一节的教学中，笔者以数学美为主线贯穿教学始终，让学生在经历数学之旅的同时，欣赏数学之美，将美学的意蕴浸入学生的灵魂，实现让学生“乐学”的目的。现将这节课的教学设计和实录整理成文，供探讨和参考。

一. 教材和学情分析

教材分析：本专题选自江苏教育出版社出版的数学第二册第八章《直线与圆的方程》第六节《圆的方程》。圆作为常见的几何图形，在实际生活和生产实践中有着广泛的应用。圆的方程属于解析几何学的基础知识，是研究二次曲线的开始，对后续直线与圆的位置关系、圆锥曲线等内容的学习，无论在知识上还是方法上都有着积极的意义，所以本节内容在整个解析几何中起着承前启后的作用。通过本专题的学习可使学生掌握圆的标准方程和一般方程，并会解决实际问题。

这套新教材在编写上遵循职业教育教学规律，与实际联系比较密切，笔者所任教的对象是数控专业的学生，针对学生的专业和现状以及大纲对本章内容的学习要求，兼顾学生的知

识基础与能力基础，结合课前的问卷调查，为了激发学生学习的积极性，培养学生分析问题、解决问题的能力，笔者对本专题作了适当的处理，在教学内容、教学模式、教学方法等方面进行了深入探索和有益的创新，并且增加了许多让学生动手的环节。笔者以数学美为主线贯穿始终，将本专题设计为三个篇章，第一篇章：感知圆，感受美；第二篇章：探究圆，探索美；第三篇章：应用圆，体验美。为了突出数学美，充分利用信息技术设置现实情境、几何画板模拟实验情境和问题情境加深学生对圆的认识和圆方程的推导与理解，另外还增加了教师博客来辅助学生预习和课后反馈。

学情分析：学情是影响教学设计的一个重要因素，笔者所任教的是数控专业学生，该专业要求学生在制图与生产中运用圆的标准方程与解析几何的知识，对数学方面的要求也比较高。学生在初中已经学过了圆的基本知识，又在前面学习了直线与方程，初步掌握了解析法，也具备欣赏美、发现美的能力。但他们的数学基础比较薄弱，根据课前的问卷调查了解到学生学习数学的兴趣不浓，信心不足，并且运用圆的知识解决实际问题的能力不强。因此笔者抓住学生爱美的优点合理引导进行教学，让学生感受数学美，激发学生学习数学的兴趣。

二. 教学设计摘录

第一篇章：感知圆，感受美

师：从古到今，圆在我们生活中是无处不在，许多物体都给我们以圆的形象，为什么会有这么多的圆形呢？因为圆给我们以美感！课前已经布置大家通过网络博客完成预习任务，下面就请各组代表上台来展示一下你们的成果，让他们领着大家走进圆的世界来看一看：

生：展示圆饼干、衣服纽扣、实习工场的零件、摩天轮等等

师：从古到今，吃的穿的，玩的用的，生活自然，只要我们用心观察，圆在我们生活中无处不在，圆给我们以美的享受。

师：我国是世界上最早研究圆的国家，早在 2000 多年前，我国的墨子作出了圆的概念：“圆——一中同长也”。这个定义比希腊数学家欧几里得给圆下定义要早 1000 多年。

问题 1：我们初中所学的圆的定义是什么？

生：到定点的距离等于定长的所有点组成的图形，叫做圆。

问题 2：现在我们怎样来定义圆呢？

生：平面内到一定点的距离等于定长的点的轨迹。（其中定点叫做圆心，定长叫做半径）

师：看来同学们掌握得很好，其实圆的定义非常简洁，这也体现了我们数学中的简洁美。

师：请大家来看下面这个问题：已知隧道的截面是半径为 4m 的半圆，车辆只能在道路中心线一侧行驶，一辆宽为 2.7m，高为 3m 的货车能不能驶入这个隧道？

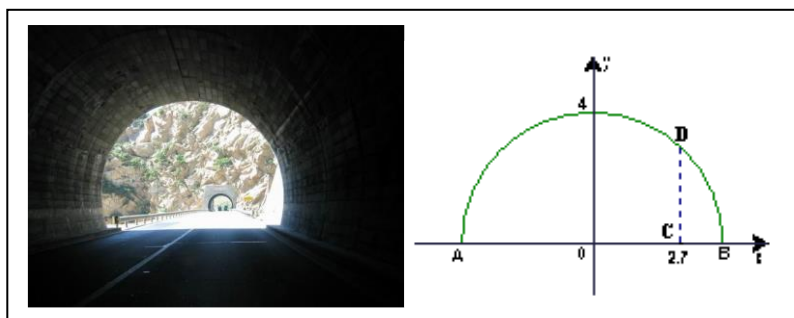


图 1：货车过隧道图

生：我们可以根据勾股定理在三角形 O D C 中求出 DC 的长度。

师：很好！如果把这个图形放在直角坐标系中，我们能否用曲线的方程来解决呢？

设计意图：让学生上台展示，分享成功的快乐，也充分体现了学生的主体地位，激发了学生学习的兴趣，让学生感受到圆的“对称美”。通过解决问题把学生的思维由用勾股定理求线段的长度转移到用曲线的方程来解决上来，让学生明确学习内容，顺利地进入第二篇章。

第二篇章：探究圆，探索美

1、圆的标准方程

问题 3：如何由圆的定义，利用坐标法求以 C (a, b) 为圆心，以 r 为半径的圆的方程？

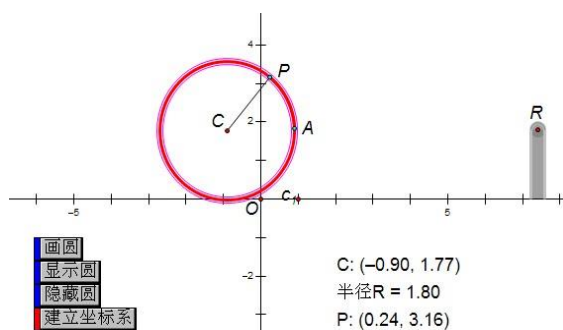


图 2：几何画板演示圆的形成

（几何画板动态演示圆的形成，引导学生观察图形，抓住特征，列出等式，鼓励学生当一回小老师，派学生代表上台讲解）

问题 4：当圆心为原点 O (0,0) 时，圆的方程是什么？

生：圆心为原点 O (0,0) 时，圆的方程是 $x^2 + y^2 = r^2$ 。

问题 5：那么确定圆的标准方程需要几个独立条件？

生：只要求出三个参数 a、b、r，即求出圆心和半径就能确定圆的标准方程。

问题 6：若点 M(x, y) 在圆上, 则点 M 的坐标满足方程 $(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$ ；反之, 若点 M(x, y) 的坐标适合方程 $(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$ ，那么点 M 一定在这个圆上吗？

生：如果点 M(x, y) 的坐标适合方程 $(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$ ，那么点 M 一定在这个圆上。

设计意图：充分利用信息技术加深学生对圆定义的理解，鼓励学生上台讲解，培养学生的自信心，让学生了解用坐标法求动点的轨迹方程的思想方法，体会圆的标准方程的和谐美，从而突出重点。

2、圆的一般方程

超级联想：直线方程有一般式，圆的方程是否也有一般式呢？

问题 7：以 $C(a, b)$ 为圆心，半径为 r 的圆的标准方程是什么？

生： $(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$

师：很好！请同学们自己整理，看看会得到什么形式。

设计意图：通过超级联想培养学生的类比思维，让学生自己整理激发了学生的学习欲望。

问题 8：圆的一般方程在形式上已经给出，但它的圆心是什么，半径又是多少呢？

思考 1：方程 $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 1 = 0$ 与 $x^2 + y^2 - 2x - 4y + 6 = 0$ 表示的图形都是圆吗？为什么？

思考 2：方程 $x^2 + y^2 + Dx + Ey + F = 0$ 可化为 $(x + \frac{D}{2})^2 + (y + \frac{E}{2})^2 = \frac{D^2 + E^2 - 4F}{4}$ ，它在什

么条件下表示圆？

思考 3：当 $D^2 + E^2 - 4F = 0$ 或 $D^2 + E^2 - 4F < 0$ 时，方程 $x^2 + y^2 + Dx + Ey + F = 0$ 表示什么图形？

思考 4：方程 $x^2 + y^2 + Dx + Ey + F = 0 (D^2 + E^2 - 4F > 0)$ 叫做圆的一般方程，其圆心坐标和半径分别是什么？

设计意图：思考 1 引导学生由特殊到一般，思考 2 帮助学生巩固配方，思考 3 分类讨论，思考 4 问题解决，这样一来突破了学生的思维定势，从中也让学生发现圆的一般方程的统一美，整个过程层层推进，一气呵成。

师：圆的标准方程与圆的一般方程各有什么特点？（表格的形式展示比一比环节）

生：圆的标准方程 $(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$ 圆心 $C(a, b)$ ，半径为 r ；圆的一般方程 $x^2 + y^2 + Dx + Ey + F = 0 (D^2 + E^2 - 4F > 0)$ ，圆心 $(-\frac{D}{2}, -\frac{E}{2})$ ， $r = \frac{1}{2}\sqrt{D^2 + E^2 - 4F}$ 。

设计意图：通过比一比环节帮助学生深入理解圆的标准方程和一般方程，再次感悟标准方程的和谐美和一般方程的统一美。

3、圆方程的运用

运用一：已知圆的标准方程，求圆心和半径

例 1：根据圆的方程写出圆心和半径 $(x-2)^2 + (y+1)^2 = 5$ 。

运用二：已知圆心和半径，求圆的标准方程

例 2: 求以点 $C(-2,0)$ 为圆心, $r=3$ 为半径的圆的标准方程。

设计意图: 目的是让学生熟练掌握圆的标准方程与两要素之间的关系。

运用三: 已知条件求圆的标准方程

例 3: 求圆心为 $C(2, -3)$, 且经过原点的圆的方程。

设计意图: 让学生初步掌握求圆的标准方程, 也为下面实际问题的讲解做铺垫。

运用四: 判断二元二次方程是否为圆的方程

例 4: 判断下列二元二次方程是否表示圆的方程? 如果是, 请求出圆的圆心及半径。

$$(1) x^2 + y^2 - 2x + 4y - 11 = 0$$

$$(2) 4x^2 + 4y^2 - 4x + 12y + 11 = 0$$

设计意图: 使学生理解圆的一般方程的代数特征及与标准方程的相互转化。

运用五: 已知圆上三点求圆的方程

例 5: 求过三点 $A(4, 3)$, $B(5, 2)$, $C(1, 0)$ 的圆的方程, 并求这个圆的半径长和圆心坐标。

设计意图: 帮助学生归纳得出用待定系数法求圆的方程的一般步骤, 也突出了本节课的重点。

第三篇章: 应用圆, 体验美

运用六: 判断点与圆的位置关系

例 6: 已知圆的方程为 $x^2 + y^2 + 2x - 4y + 2 = 0$

(1) 求圆心 C 的坐标和圆的半径 r ;

(2) 判断点 $A(1, -2)$, $B(-1, 3)$ 与该圆的位置关系。

运用七: 综合应用求圆的方程

例 7: 求圆心在直线 $4x + y = 0$ 上, 且与直线 $x + y - 1 = 0$ 相切于点 $M(3, -2)$ 的圆的方程。

设计意图: 帮助学生巩固判断点与圆的位置关系及如何求圆的方程, 为下一步实际问题的教学搭桥铺路。

服务生活: 赵州桥的例题和课前的解决问题

应用 1: 赵州桥的跨度约为 37.4 m, 圆拱高约 7.2m, 选择“优秀”坐标系, 写出圆拱所在的圆的方程?

应用 2: 已知隧道的截面是半径为 4m 的半圆, 车辆只能在道路中心线一侧行驶, 一辆宽为 2.7m, 高为 3m 的货车能不能驶入这个隧道?

设计意图: 通过这两个实际问题的解决让学生体会到巧妙运用圆的对称美使得问题简单化, 从而培养学生灵活运用所学数学知识解决实际生活问题的能力。

三. 教学反思:

《圆的方程》以职业教育的新理念“以学生为主体，能力为本位、就业为导向”为指导，结合陶行知的生活教育理论，在课堂教学中，从学生的生活背景和已有生活体验出发，实现了数学教学生活化。课前由教师博客辅助学生进行课前准备，让有条件的学生上网搜索圆的知识，到生活中去找找圆的身影，让学生初步感受到圆的奇妙，发现数学美。课上请小组代表上台展示，充分发挥学生的主体性，也体现了数学教学生活化理念。利用环环相扣的问题串让学生动口，让探究活动层层深入；利用圆规、坐标纸让学生动手和动脑；利用几何画板模拟实验做动态演示，使得数学课堂实践化。引导学生自主探究，给学生创造主动参与的学习机会，也让学生进一步感受到标准方程的和谐美和一般方程的统一美。另外在教学中我把抽象的和学生认为空洞的数学知识变为实实在在、血肉丰满的实例，同时使学生积极主动地将学到的数学思想、知识技能和方法运用到现实生活中去分析、解释并解决一些生活中的问题，从而培养学生用数学的意识，再次让学生深层次地体会到数学美。课后我通过学案和问卷调查让学生进行自我评价，师生之间、生生之间相互取长补短，共同发展，学生自主建构知识体系。利用现代信息技术和教师博客，既激发了学生的学习兴趣，又加强了师生之间的沟通与交流。整堂课可谓是以数学美为主线贯穿教学过程始终，让学生在学习数学知识的同时，培养和提高发现美、欣赏美的能力实现让学生“乐学”的目的。

数学美是一种抽象的美，要欣赏这种美，需要欣赏者具有较高的文化修养，我们教师正是担当着这一培养学生高素质文化修养的责任，使他们树立正确的审美观，提高学生的审美能力和审美创造能力，塑造学生完美的人格，促进学生的全面发展，起着积极的作用。然而，要切实做好这一任务，需要教师认真研究学生，钻研教法，处理好教材的各个细节，优化课堂教学设计，突出数学的有序和谐，使纷繁杂乱的数学内容现象有机地结合起来，体现数学的整体性。让我们积极行动起来，因时、因地、因材施教，让学生会学、乐学、活学，帮助他们提升整体素质，以便他们适应飞速发展变化的时代。

参考文献

- [1] 曾朝锋. 高职数学教学现状与对策研究[D]. 湖南：湖南师范大学. 2007:15
- [2] 姚静. 情境问题教学对学生数学认知的作用研究[D]. 上海：华东师范大学. 2003:8-9
- [3] 章建跃. 中学数学课改的十个论题[J]. 中学数学教学（上旬）. 2010. 5(4):36