

【编者按】从 2019 年第 6 期开始,我们陆续刊登了南京师范大学喻平教授团队的“数学学习心理学研究及其教学启示”(小学)系列文章。其中,前 7 篇文章聚焦数学学习心理学关注的基本概念(方面),如应用题解决、思维品质、样例设计、非智力因素、逻辑推理、学习策略、思维发展等;从第 8 篇文章(2022 年第 1 期)开始,聚焦的是与数学学习心理学有关的经典理论(思想)。这些经典理论(思想)常读常新,是数学教育教学及其研究需要不断回顾与体味、努力传承与发展的原点。本期刊登的文章聚焦布鲁纳的认知结构学习理论,大概念统领、核心素养导向、单元教学、跨学科学习、探究式学习等“新概念”都可以在其中找到根源。

布鲁纳认知结构学习理论对小学数学教学的启示^{*}

黄欣然¹,喻平²

(1. 南京师范大学教师教育学院,210097;2. 南京师范大学数学科学学院,210034)

摘 要:布鲁纳认知结构学习理论的心理学基础是归类理论、编码系统、表征系统;课程思想是结构思想;教学形式是发现学习,其前提是学习准备、直觉思维、学习动机。认知结构学习理论对小学数学教学的启示有:注重教学内容的整体处理,提供富有想象的思维空间,设置多元表征的问题情境,提倡探究过程的学习方式。

关键词:小学数学;布鲁纳;认知结构;发现学习;表征系统

布鲁纳认知结构学习理论的基本观点是,(学科)知识的学习基于(学科)结构的学习。布鲁纳指出:“不论我们选教什么学科,务必使学生理解该学科的基本结构。”^[1]基于这种思想,布鲁纳提出“发现学习”的主张。重温经典,解读认知结构学习理论,对当下的数学教学有积极的参考价值。

一、布鲁纳认知结构学习理论概述

布鲁纳认知结构学习理论的基本框架,

由心理学基础、课程思想与教学形式等组成。

(一)认知结构学习理论的心理学基础

归类理论、编码系统、表征系统为认知结构学习理论建立了心理学基础。

1. 归类理论

布鲁纳认为,归类就是分别对待各种相同

^{*} 本文系喻平教授团队的“数学学习心理学研究及其教学启示”(小学)系列文章之十。

的事物,对周围的各种物体、事件和人进行分类,所有的认知活动都涉及类别问题。^[2]归类理论源于布鲁纳对知觉的研究,他认为知觉过程有四个步骤——(1)初步归类:注意事物的某些特征,孤立地看待事物;(2)搜寻线索:寻找可以用来辨别该事物的某些特征,以便将其归入某一类别;(3)证实线索:确认归类的准确性;(4)结束证实:不再对其他线索进行探索。可见,知觉的过程就是归类的过程。

归类理论引申出两个重要推论。一是结构思想。结构就是一个系统,而组建系统的前提是对事物进行分类,在分类基础上进一步抽象进行二次分类,以此类推的多层分类结果就是一个结构。二是认知学习观。为了更好地促进学习,提供信息是必要的,但是,掌握这些信息本身并不是学习的目的,学习应该超越所给的信息。^[3]

显然,认知学习观是基于结构思想的。而且,认知学习观与当前课程改革“从知识为本转向素养为本”的基本理念一致:提供给学生的信息是知识,但学习的目标不限于理解和掌握知识,更重要的是发展核心素养。

2. 编码系统

在归类理论的基础上,布鲁纳进一步提出编码系统的概念。编码系统是一组相互联系的、非具体性的类别。编码系统的一个重要特征是,对相关的类别作出层次结构的安排:较高的类别处于上层,较低的类别处于下层。这就是上面所说的多层次归类,得到的结果即一种结构。因此,编码系统理论进一步支持了结构思想。

编码系统的另一层意义在于,对知识的保持和迁移起着重要作用。因为层次分明、条理清晰的知识在头脑中会形成优良的认知结构,这种认知结构由知识相互联结、相互支

撑形成的网络结构内化而成,使知识不容易被遗忘。同时,个体在学习新知识或解决新问题时,可以沿头脑中的知识网络迅速、准确地提取信息,实现知识的有效迁移。

3. 表征系统

布鲁纳认为,人类智慧生长期间,有三种表征系统在起作用,即动作表征、表象表征和符号表征。动作表征指依据实物或行为来认识事物;表象表征指通过头脑中的映象来认识事物;符号表征指通过各种符号来认识事物。布鲁纳提出的表征系统与皮亚杰的儿童认知发展理论是相通的,不同之处在于:皮亚杰关注的是知识本身的性质,属于认识论问题;布鲁纳关注的是知识增长的过程,属于学习论问题。

“动作—表象—符号”是儿童认知发展的顺序,也是学习的序列。^[4]即人类智慧发展始终沿着这三种表征系统的顺序前进,动作表征、表象表征和符号表征是按顺序发展的,它们不能相互取代,彼此之间也不能跨越某种表征而存在。^[5]当认知发展到一定的程度时,个体就能一直连续不断地使用这三种表征系统去认知。也就是说,学习者至少有三种显然不同的方式来表征学习的经验和思维。

在此基础上,英国数学教育家迪恩斯提出数学学习的知觉变式原则,延伸出多元表征理论。^[6]该理论既满足不同儿童的认知风格,也帮助儿童从多种具体模型中抽象出数学结构。依此来设计教学,可以较好地达到促进学生智慧发展或认知生长的目的。

(二)认知结构学习理论的课程思想与教学形式

结构思想是认知结构学习理论的课程思想,发现学习是认知结构学习理论的教学形式。

1. 结构思想

在《教育过程》一书中,布鲁纳反复强调结构思想的重要性。他用生物学、数学、语言学中的三个实例通俗地解读了基本原理统领的学科结构。例如,代数学就是把已知数同未知数用方程联系起来,使得未知数成为可知的一种方法。解这些方程需要使用三个运算法则:交换律、分配律和结合律。学生一旦掌握了这三个运算法则所体现的思想,就能认识到,要解的“新”方程其实不是新的,而不过是一个旧方程的变形罢了。^[7]

他还用一章的内容专门讨论基本原理统领的学科结构的重要性。概括地说,第一,懂得基本原理可以使学科更容易理解,不仅是对理科的学习,也包括对文科的学习;第二,学科结构有利于知识的记忆——“除非把一件件事情放进构造得很好的模式里,否则就会遗忘。详细的资料是依靠简化的表达方式保存在记忆里的”;第三,学科结构有利于知识的迁移——结构是一种模式,有助于理解可能遇到的其他类似的事物;第四,教材的结构化可以缩小“高级”知识和“初级”知识之间的差距,因为两者可以通过结构联系起来。^[8]

《义务教育课程方案(2022年版)》在“课程标准编制”中提出:加强课程内容的内在联系,突出课程内容结构化,探索主题、项目、任务等内容组织方式。^[9]由此滋生出的大概念、任务群、问题链、单元教学、跨学科教学等概念,本质就是结构化,学理上与布鲁纳的结构思想一脉相承。

2. 发现学习

布鲁纳认为,学生在掌握学科基本原理的同时,还要掌握学习这一学科的基本方法,其中,发现的方法最为重要。于是,他依据表征系统的理论,提出发现学习的主张。所谓

“发现学习”,是指学生在教师的启发诱导下,通过自己独立阅读、积极思考而自行发现并掌握新知识的一种学习方式,包括“在学习中发现”和“在发现中学习”两个含义。

要实现发现学习,应当考虑三个前提:学习准备、直觉思维、学习动机。

学习准备涉及儿童的智力发展、学习的行为、螺旋式课程。关于儿童的智力发展,布鲁纳用认知表征系统替代了皮亚杰的认知发展理论,建立了学习与教学的桥梁。对于学习的行为,布鲁纳认为,学习是知识获得、转化和评价的过程。(1)获得新知识,或者是对已有知识的替代,或者是对已有知识的提炼。(2)获得了新知识后,还要对它进行转化,可以通过外推(由已知推未知)、内插(增添知识或补充空白)、变换等方式把知识整理成另一种形式,以便“超越所给的信息”。(3)评价则是对知识转化的一种检查,通过评价可以核对处理知识的方法(发现与转化)是否适合新的任务或者用得是否正确,因此,评价通常包含对知识的合理性进行判断。

直觉思维具有非逻辑性和直接性的特点,表现为能很快地产生假设,迅速地对问题的解决方案作出猜想和预测,因而对发现活动极为重要。布鲁纳十分提倡在发现学习中利用直觉思维,因为这样的思维方式不仅能显著地提高学生的认知效率,更能在一定程度上对学生的内部认知结构产生潜移默化的影响。

学习动机包括外部动机和内部动机。内部动机比外部动机更加重要,所以,布鲁纳认为,应当将外部动机转化为内部动机。发现活动有利于激发学生的好奇心,学生容易受好奇心的驱使,对探求未知的结果表现出兴趣。所以,布鲁纳把好奇心称为“学生内部动机的原型”。

(三) 认知结构学习理论的基本框架

将上述概念组合成一个框架(如图1所示),可以清楚地把握认知结构学习理论的体系。

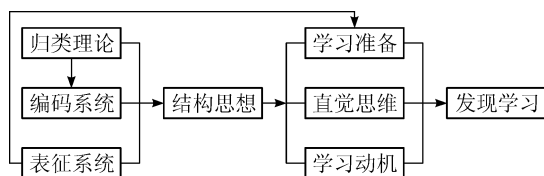


图1

结构思想是课程思想,其心理学基础是归类理论、编码系统、表征系统。发现学习是教学形式,其前提是学习准备、直觉思维、学习动机。同时,表征系统又是学习准备的心理学基础。

认知结构学习理论于现代教育的启示可以归纳为以下几点:(1)结构化的课程思想,由此衍生出大概概念统领、单元整体、跨学科综合等教学模式。(2)认知学习观,即掌握信息本身不是学习的目的,学习应该“超越所给的信息”,由此衍生出通过知识学习来培养学生核心素养的现代解释。(3)表征系统的双重性,即动作表征、表象表征、符号表征是对不同年龄阶段学生思维的刻画,具有顺序性;这三种表征又在各个年龄段同时并存,也就是对事物的认识存在多元表征样态。(4)发现学习的目标指向,即发现结果是目标之一,但经历发现的过程是更为重要的目标。

二、对小学数学教学的启示

(一) 注重教学内容的整体处理

布鲁纳提出要将学科内容结构化,讲授学科的结构,不仅可以让学生简单而明确地把握学习内容,而且可以培养学生迁移运用的能力。数学是一门知识高度结构化的学科,教师首先要对数学知识有一个整体性、系统性的认知,然后以整体(系统)观念为指导

去教学,让学生将获得的新的知识与已有知识联系起来去理解和掌握,在头脑里形成知识网络。这样,学生就更容易理解、巩固、保持所学知识。

注重教学内容的整体处理,要从两个方面来开展:

1. 课前教学内容的整体设计

第一,以章节为单元的设计。教材是教学内容的基本载体,也是教学设计的重要依据。通常情况下,教师可以教材中的章节为单元来整体设计。这种类型的单元教学设计的主要任务有:

(1)分析本单元的数学知识结构。思考本单元知识与前面学过的哪些知识有联系,它们是什么关系;以及本单元知识与后面要学的哪些知识有联系,它们是什么关系。

(2)分析数学知识与现实生活的联系。思考如何使本单元的数学知识与儿童的家庭生活经验、学校生活经验、社会生活经验有机结合。

(3)分析本单元的数学思想方法。数学思想方法可能是贯穿本单元的,也可能是散布在本单元中的。无论哪种情形,都要在教学设计和实施中将其凸显出来。

(4)设计本单元的教学目标。围绕本单元的知识主线,设计培养核心素养的目标,列出主要的核心素养表现与次要的核心素养表现;对“四基”“四能”目标作出具体描述;对必备品格与正确价值观目标作出具体描述。

(5)设计本单元的学习质量评价方案(主要是思考作业的设计)。作业大概可分为两类:一类侧重于理解和巩固知识,另一类侧重于发展数学核心素养。要考虑两类作业的比重,还要兼顾核心素养的考查水平,使得不同水平的题目分布合理。

第二,跨章节的单元设计。由不同章节

甚至不同年级的教材内容组合成单元,本质上是对一个学段数学教材的通盘分析,可以利用大概念(如基本原理、基本方法)作为统领,形成知识体系,同时按照教材的知识顺序推进教学。这种类型的单元教学设计的意义在于,连通知识点之间的关系,以旧知识作为铺垫,用类比的方式学习新知识;同时,通过沟通知识之间的联系,形成知识体系,帮助学生建立完整的认知结构。

例如,“几何度量”包含长度、角度、面积和体积等有关内容,分布在苏教版小学数学教材的不同年级(不同章节)中(具体如表1所示)。它们有相同的结构体系,因此,可以用大概念“度量”来统领,从而组成一个跨章节的单元。

表1 苏教版教材中“几何度量”内容分布情况

教学内容	教材分布
长度	二年级、三年级、六年级
角度	四年级
面积	三年级、五年级、六年级
体积	五年级、六年级

教学“长度”内容时,首先,创设情境让学生感受单位的形成;其次,通过讲授和引导向学生展现“几何度量”单元的基本结构:度量对象的感知(线段)、度量单位的产生与发展(千米、米、厘米、毫米)、度量工具的使用(刻度尺)和度量方法的选择(直接比较、间接比较、精确比较);最后,引导学生总结学习过程和数学思想,培养单位观念,发展数感与量感。^[10]这样,教学“角度”内容时,就可以采用类比的方法来开展,以问题引领思考:长度有大小,角度有没有大小?长度有单位,角度有没有单位?长度有度量工具,角度有度量工具吗?教学“面积”和“体积”内容时,也可以采用这种思路。

2. 课后学习内容的整体梳理

无论是以章节为单元的设计,还是跨章节的单元设计,教学一个单元的内容后,都要引导学生对学习内容进行整体梳理。事实上,教材中也有相应的处理:章节后面都有知识结构图。但要注意两点:一是教材中给出的知识结构图往往只有知识的纵向发展,缺少知识的横向联系,需要教师补充相关内容;二是梳理知识并不等同于给出知识结构图,更重要的是设计配套的作业来加强知识之间的联系,即设计一些将不同知识点联系起来的题目,让学生通过完成这些题目使知识结构头脑中稳固地贮存下来。

(二) 提供富有想象的思维空间

提供富有想象的思维空间有三层含义。一是指提供给学生的学习材料可以从多个角度认识:从表面认识到深度认识,从显性信息的认识到隐性信息的认识,从孤立地认识到联系地认识。这就与布鲁纳所说的“掌握信息本身并不是学习的目的,学习应该超越所给的信息”相契合。二是指提供给学生的问题有多种解决途径,可以让学生通过发散思维寻求解决问题的不同路径。三是指要鼓励学生对解答过的问题进行归类分析,寻找贯穿一类题目的思想方法,也就是解决问题的通性通法,而不要纠缠于解决某个题目的技能技巧。这是课程标准反复强调的理念,需要在教学中贯彻落实。

例1 观察图2,你能想到什么?

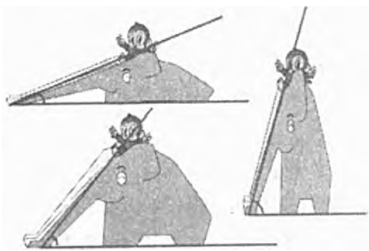


图2

学生观察这三个滑梯可能会发现:有的斜,有的平;有的陡,有的缓;有的高,有的矮;有的宽,有的窄……这些是图中的显性信息,那么,图中的隐性信息是什么呢?

在教师的引导下,学生会考虑滑梯的设计是否合理的问题,进而思考:这个合理性用什么标准来判断呢?这时,如果用数学的眼光来看待这三个滑梯,就会发现应当用滑梯的滑面与地面的夹角来判断合理性,从而抽象出角的度量概念。

例 2 某地山洪暴发,河水上涨。镇防灾办公室需要尽快打电话通知沿河的 A 村、B 村、C 村的村主任,让他们迅速组织群众转移。但是,由于地势偏僻,经济不发达,镇防灾办公室和四个村均只有一部电话,且通知一位村主任需要一分钟。请你设计一个有效的打电话方案。

这个问题的答案是不唯一的:有效的方案有多种(如图 3 所示)。其中,最快的方案也有多种(图 3 中方案③的几种等价形式)。

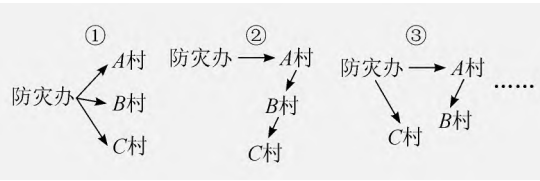


图 3

在此基础上,教师可以进一步推广问题:如果要通知 8 个村,最少需要多少分钟?如果要通知 15 个村,最少需要多少分钟?……你能否找到其中的规律?

(三)设置多元表征的问题情境

多元表征分为外部表征和内部表征。布鲁纳提出的表征系统属于内部表征,即动作表征、表象表征和符号表征描述的是人的心理现象和行为表现。多元外部表征指提供多样的、弹性的信息呈现方式:同一知识点或学

习内容可以分别使用文本、图片、声音、动画、多媒体等方式呈现出来,从而使学习障碍最小化,学习机会最大化。这些外部表征内化后,就演变成内部表征了。

设置多元表征的问题情境,可以从两个方面开展:(1)在新知识学习阶段,充分利用教育技术为学生提供视觉、听觉等多方位的刺激,提供数学实验场景让学生多角度观察、操作,进而理解概念和规则;(2)在问题解决阶段,让学生用多种方式表征问题,找到解决问题的最优方法。

例 3 一包糖果平均分给三个小朋友,如果每人吃掉 4 块,那么三人剩下的糖果数之和恰好是原糖果数的 $\frac{1}{3}$,问:原糖果有多少块?

这个问题可以用不同的方式来表征。表征 1:画一个大圆,用它的面积表示原糖果数;把大圆三等分,每份即表示每个小朋友分得的糖果数;在大圆中再画一个小同心圆,用小同心圆的面积表示三人剩下的糖果数之和,于是两圆形成的圆环的面积便表示三人吃掉的糖果数之和,圆环被分成的三个等份表示三人分别吃掉的糖果数(如图 4 所示)。表征 2 如图 5 所示。这个表征更能准确地反映出题目所给的信息,更加通俗易懂。表征 3:设原来糖果有 x 块,则 $x - 12 = \frac{1}{3}x$ 。

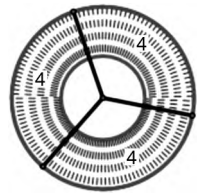


图 4

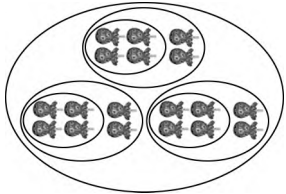


图 5

例 4 小红有 3 件不同的上衣和 2 件不同的裤子,搭配起来有多少种不同的穿法呢?

这个问题也可以用不同的方式来表征(如图6所示),包括用示意图表征事物,用文字符号表征事物;靠在一起(利用位置)表征关系,连线表征关系,等等。

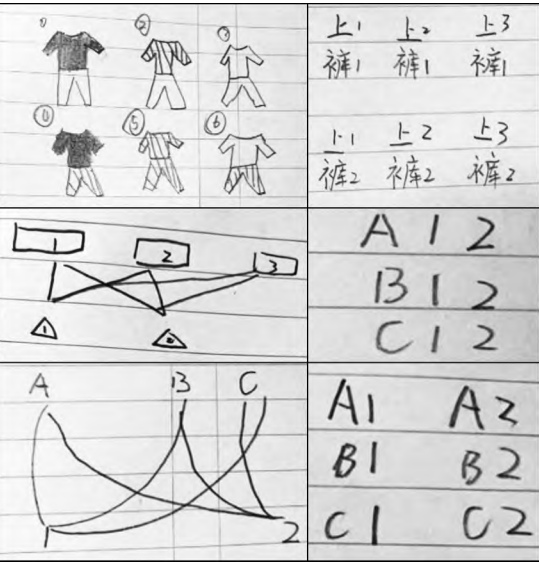


图6

(四) 提倡探究过程的学习方式

以知识为本的教学有一种思维定式,就是一定要让学生学到某个知识点,或者掌握一种解题方法,即让学生获得一个“结果”。以素养为本的教学应突破这个定式,将“结果”与“过程”并重——有时候,让学生经历探究的过程比简单地获得一个结果更加重要,因为探究的过程本身就能发展学生的素养。

吴正宪老师上过一节“复式折线统计图”的课^[11],她是这样教学的——

首先,提出一个问题:

同学们喜爱足球运动吗?足球运动中有一项重要的技术叫罚点球。五(1)班和五(2)班计划进行一次罚点球比赛,看看哪个班的同学罚点球的水平高。五(1)班准备从甲、乙、丙三人中推荐一人作为代表,跟五(2)班比赛。他们三人在第一周每天的训练后,都

进行了一次点球比赛,每人罚10个点球,表2是进球的数据记录。看了这张表,你准备推荐谁参赛?

表2 第一周点球比赛进球统计表

学生	每天进球数				
	星期一	星期二	星期三	星期四	星期五
甲	2	6	1	4	7
乙	4	5	4	5	5
丙	2	3	4	5	5

然后,发放学习单,让学生用统计图作为分析工具,进行探究。

学生的意见产生了分歧:有的认为应从进球总数考虑,有的认为应从进球平均数考虑,有的认为要看进球的稳定性,有的认为要看进球的发展趋势。最终,有学生提出:只有这一张表,还不能确定派谁作为代表。

于是,吴老师又提供了第二周训练后的进球数据,让学生继续探究。

.....

下课了,也没有得到一个统一的答案。

这节课特色很鲜明,采用的是问题开放教学模式:问题提出之后,一直没有给出标准答案,而让学生自由发挥,借助直观想象和逻辑推理,提出自己的观点,提出自己解决问题的方法。这节课打破了学生解决数学问题一定要得到最终答案的思维定式,给学生留下了发散的思维空间,指向的是学生数据意识、几何直观、推理意识等数学核心素养的发展。

进一步来看,通过探究得到一个结论本身就是过程的体现,让学生经历这个探究过程是教学设计时必须考虑的因素。

例如,教学“三角形的面积公式”时,可以这样让学生经历探究得到三角形面积公式的过程:

第一步,给出如图 7 所示的三个图,让学生把每个图沿一条对角线剪开,再观察得到的两个图形有什么关系。学生可以发现:对角线把一个平行四边形分成了两个完全一样的三角形,所以,两个三角形的面积相等;进而,三角形的面积等于平行四边形面积的一半,或者说,平行四边形的面积是三角形面积的 2 倍。

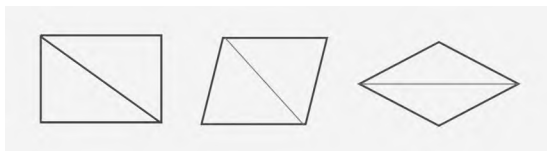


图 7

第二步,给出如图 8 所示的三个图,让学生把每个图沿一条对角线剪开,再思考所得三角形的底是多少,高是多少,面积是多少。学生可以发现:三角形的面积等于与它等底、等高的平行四边形面积的一半。

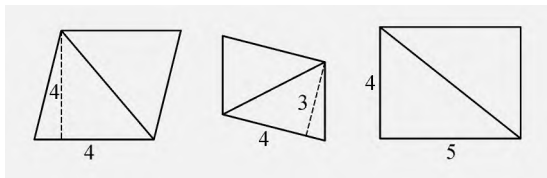


图 8

第三步,出示图 9,让学生思考此时三角形的面积和平行四边形的面积之间是什么关系,以及在平行四边形的边 DE 上移动三角形顶点 A 的位置时,这种关系会不会发生变化。通过一个三角形的变式演示,让学生进一步体会到:任意一个三角形的面积都等于与它等底、等高的平行四边形面积的一半。

从而得到三角形面积公式: $S=\frac{1}{2}ah$ 。

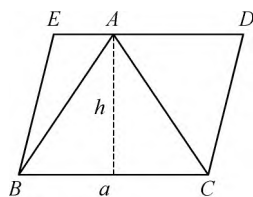


图 9

参考文献:

- [1][7][8] 布鲁纳. 教育过程[M]. 邵瑞珍,译. 北京:文化教育出版社,1982:31,28,36-48.
- [2][3] 施良方. 学习论——学习心理学的理论与原理[M]. 北京:人民教育出版社,1992:205,205.
- [4] 赵静. 布鲁纳的儿童智慧发展表征理论对小学数学螺旋课程教学的启示[J]. 现代教育科学,2018(9):67-70.
- [5] 邵瑞珍. 布鲁纳的课程论[J]. 外国教育资料,1978(5):1-10.
- [6] 唐剑岚. 数学多元表征学习的认知模型及教学研究[D]. 南京:南京师范大学,2008:18.
- [9] 中华人民共和国教育部. 义务教育课程方案(2022年版)[S]. 北京:北京师范大学出版社,2022:11.
- [10] 侯学萍,陈琳. 小学数学单元教学的整体设计[J]. 教学与管理,2018(29):43-45.
- [11] 吴正宪,鲁静华,张秋爽,等. 会说话的数据,让决策有依据——“复式折线统计图”课堂教学实录[J]. 小学教学(数学版),2019(11):14-18.