

虚数与数列

江苏省陶都中等专业学校 潘静

好多年前，某市的一次摸底考试中出现过类似于这样的一道题：

题目 求 $1+i+i^2+\cdots+i^{100}$ 的值，其中 i 为虚数单位。

出题人的意图是利用 $i^n (n \in N)$ 的周期性，连续 4 项之和为 0，分成 25 组后多余 1 项，选择把第一项“剩下来”即得结果为 1。

这当然是很好的方法，我要说的是其后的一个“意外”。阅卷结束后进行试卷分析时，有位老师提出可以用等比数列求和公式解决之，一位专家当场反问：“你见过虚数的等比数列？求和公式能用到复数上吗？”。也就是说，专家认为对虚数用等比数列求和公式是荒唐的，他随后给出的理由是：“数列都是实数，虚数没有数列”。

（请伙伴们在此停留 3 分钟，回答一下他的反问）

专家的数列知识全是关于实数的，这可以理解，高中教材中确实没有任何地方出现过虚数数列。但这是否说明“虚数没有数列”或“等比数列求和公式不能用于虚数”呢？在学数列的时候还没有学虚数，因此教材中没有虚数数列是很自然的事。公式能不能用要看其算理是否合法，而不是看教材有没有，没有的不一定是“不允许”的。

事实上，在引入虚数单位的时候规定了两点：“① $i^2 = -1$ ，② i 可以参与实数的四则运算，并且保持基本的加乘运算律不变。”以此标准来看开始的那个题目，你会发现其中只有四则运算（还没有除法）。再联想到实数数列中等比数列求和公式及其推导过程，也只需四则运算而没有开方之类的其他运算。由此知，公式照样可以再这里使用。

学习了关于 A 的知识，就记住了它，以后在 A 出现的时候能准确地复现出来，作出回馈，这就是“刺激-反应”模式，动物所遵循的就是这个模式。但是，我们是人，我们有主观能动性，会在不同的情境中解决先前没有遇到的问题。而确保“我们是人”的，是我们的思想而不是衣服、位置或称号。教育所给予人的，也应该是活的思想而不是死的知识，除非对方太过低贱，认为凡是前人留下的都不能逾越、权威说过的都必须遵守。

我听过的课不算多也不算少，刚入职的青年人往往谨慎持重小心翼翼，快到退休的老师反而活力十足大胆宏阔。这与人的本性似乎相反，青年人大胆老年人持重才是正常的，做老师的怎么就反过来了呢？其中一个原因是我们对知识的崇拜。我们认为凡是知识都是正确的，凡是权威都是了不起的。因此，知识不可改变，权威必须膜拜。而实际上，知识只是对世界的解释，世界是时刻变化的，人的眼界也会逐渐开阔，所以对世界的解释不可能一成不变。如果某种解释被集体接受下来，那就是当时正确的知识。当人们接触到了更大或更新的世界，发现那个解释不好的时候，就换一个，于是新的知识就替代了旧的。如此而已！

对知识的崇拜从根本上来讲是来自于缺乏知识，就像对金钱的崇拜来自于没钱，对权力的崇拜来自于没权。所以，越是落后的民族越容易崇拜权威，先进的民族则质疑声不断。我不好说别人，还说我们自己吧。因为学习了一些教育学知识，我们便把它视为天地间不变的真理，而实际上我们学到的都是别人筛选过的、是他们许可我们知道的東西，还有更多的知识被排除在外。那里也有真理，而我们所知的也有谬误。

中国的专家我见过一些，从资深院士到青年才俊，有思想有情怀者比比皆是，但是当他们的头上戴上官员的帽子以后，全都改变了自己，变得亦步亦趋。外国流行什么，他们很快翻译过来，以示自己“站在世界学术的最前沿”；上面推行什么观念，他们忙不迭地传达，以示

自己“紧跟看齐”。但实际上他们只是“译人”和二道贩子，并无自己的独到观点，她们太害怕承担风险了，宁愿什么都不做。大的且不说，仅以中国目前流行的情境教学而论，它就不是由院士、教授发起的，而是由南通地方的一个普通初中教师李吉林发起的，她对中华民族的贡献远超十位百位的院士教授。不是因为李吉林学识超过他们，而是因为她冲破了对权威的崇拜。不过，有一个好处是，当李吉林把事情挑开以后，专家院士跟在她后面研究的劲头十足，这倒大力促进了情境教学理论和实践的深入和普及——只要风险不大，没有人会知道善而不向善的。