

数列的综合应用

江苏省陶都中等专业学校 潘静

一 课前小练

1 求和: $1+3+3^2+\cdots+3^n$ ($n \in \mathbf{N}^*$)

2 $4+9+14+\cdots+84$ (等差数列)

3 (课本 P.47, 3) 一个多边形的周长等于 158cm, 所有各边的长构成等差数列, 且最大边的长等于 44cm, 公差等于 3cm, 求该多边形的边数。

4 (课本 P.47, 4 改编) 已知一个凸多边形的度数组成公差为 5° 的等差数列, 且最小角等于 120° , 求该多边形的内角和。

二 例题讲练

例 1 已知数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n = -4n^2 + 44n - 105$, 从 $\{a_n\}$ 中任取若干项求和。问怎样取能使所得和最大? 写出这些项。

例 2 （课本 P58 例 5 改编）某人 2004 年初向银行申请贷款 20 万元用于购买住房，约定每个月的月底还一次款，至 2013 年年底还清。如果贷款月利率均为 r 且按复利计息，则每次还款数额为多少，对银行和个人双方才是公平的？

例 3 （课本 P58，题 6 改编）某林场去年年底木材存储量为 300 万 m^3 ，若树木以每年 25% 的速度生长，并计划每年年底砍伐 25 万 m^3 . 问几年以后木材存量翻一番（即位原来的 2 倍）？（可以用数据 $\lg 2 = 0.3010$ ）

例 4 斐波那契数列研究： $a_1 = 1, a_2 = 1, a_{n+1} = a_n + a_{n-1} (n \geq 2, n \in \mathbf{N})$ 。

作业：

1 课本 P62： 7， 11； P67： 8， 10， 11， 14(注意实际应用题的解题规范)

2 正项数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 S_n 满足: $S_n^2 - (n^2 + n - 1)S_n - (n^2 + n) = 0$.

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式 a_n ;

(2) 令 $b_n = \frac{n+1}{(n+2)^2 a_n^2}$, 数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 T_n . 证明: 对于任意的 $n \in \mathbf{N}^*$, 都有 $T_n < \frac{5}{64}$.

3 (南通市 2013 届高三期末改编) 已知数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n = \frac{n}{3^n}$. 试问是否存在正整数 k, p, q (其中 $k < p < q$), 使 a_k, a_p, a_q 成等差数列? 若存在, 求出所有满足条件的数组 k, p, q ; 若不存在, 说明理由.